



Tracking von Objekten

Institut für Informatik
Mustererkennung und Bioinformatik

Angewandte Bildverarbeitung, SS 2007



Überblick

Tracking

Überblick

- 1 Grundideen
- 2 Objektlokalisierung
- 3 Kalmanfilter
- 4 Extended Kalmanfilter



Tracking von Objekten

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

Zielsetzung:

Verfolgung der Bewegung eines Objektes in Bildfolgen
 (ggf. mit Hilfe einer aktiven Kamera)

Anwendungen:

- Beobachtung des Straßenverkehrs
- Sicherheitsanlagen
- autonome Fahrzeuge
- mobile Roboter
- ...



Allgemeiner Systemaufbau

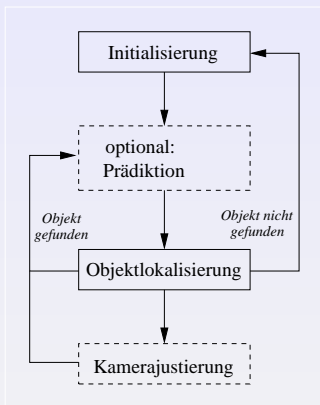
Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF



- suche Zielobjekt gemäß Modell
- schätze Objektposition im nächsten Bild:
 - Prädiktionsfilter
 - Condensation-Algorithmus
 - ...
- lokalisierere Objekt im Bild:
 - Templates
 - Active Contours
 - ...
- positioniere Kamera neu

- Probabilistische / nicht-probabilistische Modelle:
 eine absolute Position pro Zeitschritt vs. mehrere potenzielle Positionen
- Single- und Multi-Objektverfolgung:
 Tracking eines Objektes vs. paralleles Tracking mehrerer Objekte
- Objektlokalisierung anhand geeigneter Merkmale:
 Farbe, Form, Struktur, . . .
- Prädiktion durch zeitliche Modellierung der Bewegung
- Nachführung der Kamera bei großen Bewegungsradien der Objekte: "Halte Objekt möglichst im Bildzentrum."



Objektlokalisierung: Template-Matching

Tracking

Grundideen

Lokalisierung

Kalmanfilter

EKF

- einfachster Ansatz zur Lokalisation:
 "Gegeben ein Beispielmuster (*Template S*) des
 gesuchten Signals, suche in unbekanntem Muster f
 einen Ausschnitt, der zum Template passt!"
- Signal f in der Regel direkt durch Bild- oder Audiosignal
 bzw. geeigneten Merkmalsvektor gegeben
- Template S entspricht einem Signalausschnitt gleicher
 Dimension



Template-Matching auf Bildern

Tracking

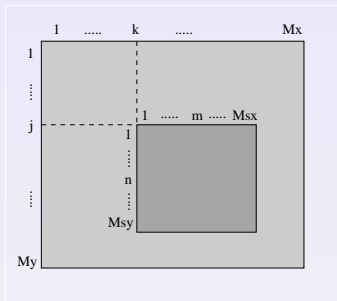
Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- $M_x \times M_y$ -dim. Bildsignal f
- $M_{S_x} \times M_{S_y}$ -dim. Template S
- im Allgemeinen gilt:
 $M_x \gg M_{S_x}$ und $M_y \gg M_{S_y}$
- Matching:
 suche Position (j, k) im Bild f
 mit größter Übereinstimmung
 (Faltungsoperation!)



Gesucht: geeignetes **Abstandsmaß**, das zu minimieren ist!



Abstandsmaße

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- City-Block:

$$\epsilon_{j,k}^1 = \sum_{m=1}^{M_{Sx}} \sum_{n=1}^{M_{Sy}} |f_{(j+m,k+n)} - S_{m,n}| \quad (\text{minimieren})$$

- Quadratischer Abstand:

$$\epsilon_{j,k}^2 = \sum_{m=1}^{M_{Sx}} \sum_{n=1}^{M_{Sy}} (f_{(j+m,k+n)} - S_{m,n})^2 \quad (\text{minimieren})$$

- Kreuzkorrelation:

$$R_{j,k} = \sum_{m=1}^{M_{Sx}} \sum_{n=1}^{M_{Sy}} f_{(j+m,k+n)} \cdot S_{m,n} \quad (\text{maximieren})$$

- normalisierte Kreuzkorrelation:

$$R'_{j,k} = \frac{R_{j,k}}{\sqrt{\sum_{m=1}^{M_{Sx}} \sum_{n=1}^{M_{Sy}} f_{(j+m,k+n)}^2} \sqrt{\sum_{m=1}^{M_{Sx}} \sum_{n=1}^{M_{Sy}} S_{m,n}^2}} \quad (\text{maximieren})$$



Normalisierung & Verdeckungen

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- Template-Matching erfordert möglichst punktgenaue Übereinstimmung!!!

⇒ definierte Lichtverhältnisse und Objektkonstanz

- Daher: Normalisierung

- ... von Energie von Bild und Template:

$$\sum_{x=j}^{M_{S_x}} \sum_{y=k}^{M_{S_y}} f_{(x,y)}^2 = 1 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{x=1}^{M_{S_x}} \sum_{y=1}^{M_{S_y}} S_{(x,y)}^2 = 1$$

- ... Lage und Ausrichtung
- bei partiellen Verdeckungen:
 Zerlegung des Templates in Sub-Templates
 ⇒ Match bei Übereinstimmung in $k \geq \theta_k$ Sub-Templates



Aufwandsreduktion

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- Template-Matching entspricht einer **Faltung**
 ⇒ Transformation in den Frequenzraum (FFT):
 Faltung wird zu Multiplikation
- Auflösungspyramiden:
 - Subsampling von Bild und Template
 - Suche nach Matches auf unterster Ebene
 - Beschränkung des Matchings auf der nächsten Ebene auf die n besten Positionen aus vorherigem Schritt
- Prädiktionsfilter:
 Beschränkung des Suchbereichs durch Schätzung/
 Vorhersage der neuen Objektposition

- Allgemeine Grundidee:
 Modellierung eines mit einem Zufallsprozeß überlagerten linearen Systems, um aus dem Verhalten bis zum aktuellen Zeitpunkt Aussagen über das zukünftige Verhalten machen zu können
- "Features":
 - Interpretation von verrauschten Meßdaten in Realzeit
 - Implizite Modellierung von Zufallskomponenten für sichere Vorhersagen
 - Abschätzung von Vorhersagefehlern



Modellierung

Tracking

$$\vec{x}_{k+1} = \Phi_k \cdot \vec{x}_k + \vec{\omega}_k$$

$$\vec{z}_k = H_k \cdot \vec{x}_k + \vec{v}_k$$

\vec{x}_k := Systemzustand zum Zeitpunkt k ($n \times 1$ -dimensional)

Φ_k := Zustandsübergangsmatrix $\vec{x}_k \rightarrow \vec{x}_{k+1}$ ($n \times n$ -dim.)

$\vec{\omega}_k$:= stat. Systemanteil, weißes, unkorreliertes Rauschen
 bekannter Kovarianz

$$E\{\vec{\omega}_i \vec{\omega}_k\} = \delta_{ik} \cdot Q_k$$

\vec{z}_k := Meßdaten des Zeitpunktes k ($m \times 1$ -dimensional)

H_k := spezifiziert Zusammenhang zwischen \vec{x}_k und \vec{z}_k ($m \times n$ -dim.)

\vec{v}_k := Meßfehler ($n \times 1$ -dimensionaler Zufallsvektor)

$$E\{\vec{v}_i \vec{v}_k\} = \delta_{ik} \cdot R_k$$

$$E\{\vec{\omega}_k \vec{v}_i\} = 0, \forall k, i$$

Beispiel: 1D-Bewegung eines PKW

- Systemgleichungen:
 lineare Bewegungsgleichungen der Physik
- Messung: Abstand per Radar
- Zufallsprozeß: Luftwiderstand
- Messfehler: Störsignale, Zeitmessung

Also:

$$\vec{x}_k = [y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k]^T$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta t \cdot \dot{y}_k + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \ddot{y}_k$$

$$\dot{y}_{k+1} = \dot{y}_k + \Delta t \cdot \ddot{y}_k$$

$$\Rightarrow \Phi_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Modellierungsbeispiel - II

Tracking

- Grundideen
- Lokalisation
- Kalmanfilter
- EKF

- Zufallsprozess: Wind

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- messbarer Zustand \vec{z}_k :

Position y_k des PKW über Radar, also $H_k = (1 \ 0 \ 0)$

- Messfehler:

$$N(0, 1) \cdot \frac{y_k}{10}$$

Frage jetzt: Wie arbeitet der Kalman-Filter?

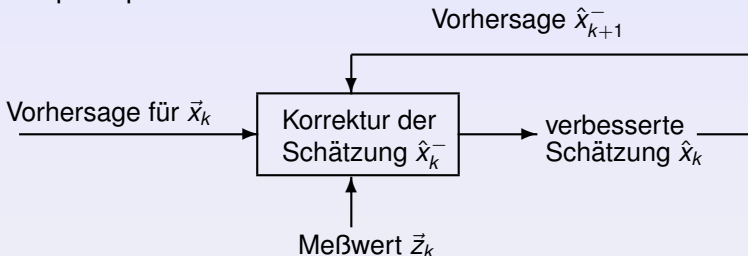


Arbeitsweise Kalmanfilter

Tracking

- Grundideen
- Lokalisation
- Kalmanfilter
- EKF

Grundprinzip:



Notation:

\vec{x}_k := tatsächlicher Systemzustand (nicht bekannt!)

\hat{x}_k^- := geschätzter Zustand vor Analyse (*a-priori*)

\hat{x}_k := geschätzter Zustand nach Korrektur (*a-posteriori*)



Herleitung der Filtergleichungen - I

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- gegeben a-priori Schätzfehler zum Zeitpunkt k

$$\mathbf{e}_k^- = (\vec{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)$$

mit Kovarianzmatrix

$$\mathbf{P}_k^- = E\{\mathbf{e}_k^- \mathbf{e}_k^{-T}\} = E\{(\vec{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)(\vec{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^-)^T\}$$

- Ziel: korrigiere Zustandsschätzung und Kovarianz anhand des Messfehlers zur Vorhersage

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k \cdot (\vec{\mathbf{z}}_k - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (1)$$

- der Korrekturfaktor \mathbf{K}_k heisst auch **Kalmanfaktor**

Herleitung der Filtergleichungen - II

Tracking

Ziel: finde optimales K_k für eine neue Zustandsschätzung \hat{x}_k

⇒ Minimierung des mittleren quadratischen Schätzfehlers

$$P_k = E\{e_k e_k^T\}$$

Ansatz: $\operatorname{argmin}_{K_k} P_k = \operatorname{argmin}_{K_k} E\{(\vec{x}_k - \hat{x}_k)(\vec{x}_k - \hat{x}_k)^T\}$

Es gilt: $\vec{z}_k = H_k \cdot \vec{x}_k + \vec{v}_k$

Aus Einsetzung in Gleichung (1) folgt dann

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (H_k \vec{x}_k + \vec{v}_k - H_k \hat{x}_k^-)$$

Damit gilt schließlich:

$$P_k = E\{(\vec{x}_k - \hat{x}_k^- - K_k \cdot (H_k \vec{x}_k + \vec{v}_k - H_k \hat{x}_k^-)) \cdot (\vec{x}_k - \hat{x}_k^- - K_k \cdot (H_k \vec{x}_k + \vec{v}_k - H_k \hat{x}_k^-))^T\}$$



Herleitung der Filtergleichungen - III

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- Umformung liefert nach diversen "Rumrechnereien"... :-)

$$P_k = (I - K_k H_k) \cdot P_k^- \cdot (I - K_k H_k)^T + K_k R K_k^T$$

- Minimierung von P_k durch Ableiten und Nullsetzen ergibt

$$K_k = \frac{P_k^- \cdot H_k^T}{H_k P_k^- H_k^T + R_k}$$

- Einsetzen des Kalmanfaktors in Gleichung (2) liefert

$$P_k = (I - K_k H_k) \cdot P_k^-$$

als korrigierte Fehlerkovarianz

- analog: aus (1) folgt eine korrigierte Zustandsschätzung \hat{x}_k



Arbeitsweise Kalmanfilter

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- Vorhersage des Systemzustandes für den Zeitpunkt $t + 1$:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \Phi_k \cdot \hat{\mathbf{x}}_k + \vec{\omega}_k$$

$$\begin{aligned} P_{k+1}^- &= E\{(\vec{\mathbf{x}}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-)(\vec{\mathbf{x}}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-)^T\} \\ &= E\{(\Phi_k \vec{\mathbf{x}}_k + \vec{\omega}_k - \Phi_k \hat{\mathbf{x}}_k - \vec{\omega}_k)^2\} \\ &= E\{\Phi_k \mathbf{e}_k + \vec{\omega}_k^2\} \\ &= \Phi_k \cdot E\{\mathbf{e}_k^2\} \cdot \Phi_k^T + E\{\vec{\omega}_k^2\} \\ &= \Phi_k \cdot P_k \cdot \Phi_k^T + Q_k \end{aligned}$$

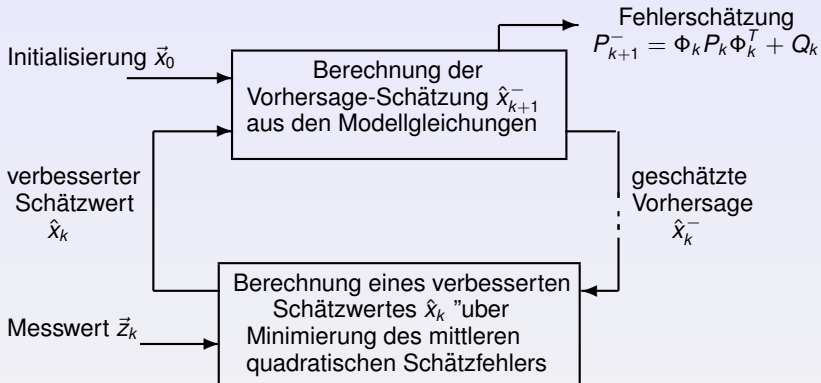
- $\vec{\omega}_k$ ist mittelwertfrei und unkorreliert und entfällt daher



Arbeitsweise Kalmanfilter: Überblick

Tracking

- Grundideen
- Lokalisation
- Kalmanfilter
- EKF





Arbeitsweise Kalmanfilter: Überblick

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- je mehr Zustände beobachtet werden, desto sicherer ist die Vorhersage
- Filter erfordert passendes Modell (fehlerhaftes Modell wird nicht ausgeglichen!)
- numerische Probleme bei langer Laufzeit möglich
- beschränkt auf *lineare* Systeme → **Extended Kalman**

Extended Kalmanfilter

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- Grundidee:
lokale lineare Approximation des nicht-linearen Modells (vgl. Taylor-Reihe)
- Modellierung (analog zum Standard-Kalman):

$$\vec{x}_k = f(\vec{x}_{k-1}, \vec{\omega}_{k-1}) \in R^n$$

$$\vec{z}_k = h(\vec{x}_k, \vec{v}_k) \in R^m$$

f, h nicht-lineare Funktionen

- der tatsächliche Zustand kann wiederum nur approximiert / geschätzt werden:

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, 0)$$

$$\hat{z}_k = h(\hat{x}_k^-, 0)$$



Modellgleichungen - I

Tracking

- Grundideen
- Lokalisation
- Kalmanfilter
- EKF

Lineare Approximation der Modellgleichungen:

$$\begin{aligned} \vec{x}_k &\approx f(\hat{x}_{k-1}) + \mathbf{A} \cdot (\vec{x}_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + \mathbf{W}\vec{\omega}_{k-1} \\ &\approx \hat{x}_k^- + \mathbf{A} \cdot (\vec{x}_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + \mathbf{W}\vec{\omega}_{k-1} \\ \vec{z}_k &\approx h(\hat{x}_k^-) + \mathbf{H} \cdot (\vec{x}_k - \hat{x}_k^-) + \mathbf{V}\vec{\nu}_k \\ &\approx \hat{z}_k^- + \mathbf{H} \cdot (\vec{x}_k - \hat{x}_k^-) + \mathbf{V}\vec{\nu}_k \end{aligned}$$

mit den Jacobi-Matrizen

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{ij} &= \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_{k-1}, 0) \quad , \quad \mathbf{W}_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial \omega_j}(\hat{x}_{k-1}, 0) \\ \mathbf{H}_{ij} &= \frac{\partial h_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k^-, 0) \quad , \quad \mathbf{V}_{ij} = \frac{\partial h_i}{\partial \nu_j}(\hat{x}_k^-, 0) \end{aligned}$$

(die Matrizen sind abhängig vom jeweiligen Zeitschritt)



Modellgleichungen - II

Tracking

- Grundideen
- Lokalisation
- Kalmanfilter
- EKF

- Ziel des Korrekturschrittes war Berechnung einer a-posteriori-Schätzung, die mittleren quadratischen Schätzfehler minimiert!
- (a-priori) Schätzfehler:

$$\hat{e}_{x_k}^- = \vec{x}_k - \hat{x}_k^-$$

- (a-priori) Messfehler:

$$\hat{e}_{z_k}^- = \vec{z}_k - \hat{z}_k^-$$

- Schätz- und Messfehler können nur approximiert werden, Einsetzung der Modellgleichungen liefert:

$$\hat{e}_{x_k}^- \approx \hat{x}_k^- + A \cdot (\vec{x}_{k-1} - \hat{x}_{k-1}^-) + W\vec{\omega}_{k-1} - \hat{x}_k^- \approx A \cdot (\vec{x}_{k-1} - \hat{x}_{k-1}^-) + \epsilon_k$$

$$\hat{e}_{z_k}^- \approx \hat{z}_k^- + H \cdot (\vec{x}_k - \hat{x}_k^-) + V\vec{v}_k - \hat{z}_k^- \approx H \cdot (\hat{e}_{x_k}^-) + \eta_k$$

(ϵ_k ist mittelwertfreie Zufallsvariable mit Kovarianzmatrix WQW^T ,

η_k ist mittelwertfreie Zufallsvariable mit Kovarianzmatrix VRV^T)

Modellgleichungen - III

Tracking

Grundideen
 Lokalisation
 Kalmanfilter
 EKF

- Approximation ergibt zweiten Kalmanprozess, der Entwicklung des Schätzfehlers über die Zeit modelliert
 - minimiere diesen Schätzfehler
 - leite verbesserte Zustandsschätzung ab: $\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \hat{e}_{x_k}$
- Annahmen zur Minimierung:
 - Verteilungen von $\hat{e}_{x_k}^-$, ϵ_k und η_k
 - $\hat{e}_{x_k} = K_k \cdot \hat{e}_{z_k}^-$ (analog zum Standard-Kalman)
- Rückeinsetzung ergibt:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + \hat{e}_{x_k} = \hat{x}_k^- + K_k \cdot \hat{e}_{z_k}^-$$

(K_k ergibt sich analog zum Standard-Kalman, mit angepasster Kovarianz)

Überblick:

a) Prädiktion:

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, 0)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T$$

b) Korrektur:

$$K_k = \frac{P_k^- H_k^T}{(H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (\vec{z}_k - h(\hat{x}_k^-, 0))$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^-$$



Zusammenfassung: EKF

Tracking

Grundideen

Lokalisation

Kalmanfilter

EKF

- Behandlung nicht-linearer Modelle durch lineare Approximation
- Ansatz in impliziter Modellierung des Schätzfehlers: schätze a-posteriori Fehler aus a-priori Schätzfehler, kombiniert mit aktuellen Messergebnissen
- Kalmanfaktor- und Fehlermatrix-Berechnungen weitgehend analog zum Standard-Kalman (EKF ist "lediglich" nicht-lineare Erweiterung)
- aktuelles Hauptanwendungsgebiet: Visual Self-Localisation and Mapping