

# Tracking

- Einführung
- Allgemeiner Systemaufbau
- Objektlokalisierung: Template-Matching
- Prädiktionsfilter: Kalman



Birgit Möller & Denis Williams  
AG Bioinformatik & Mustererkennung  
Institut für Informatik  
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

## Tracking von Objekten

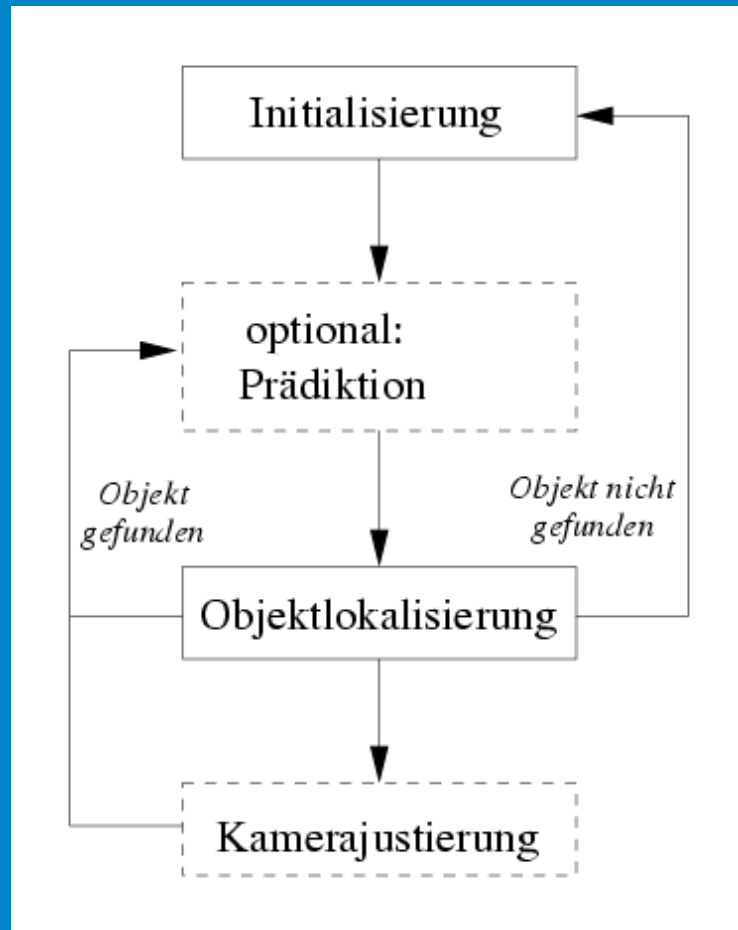
### Zielsetzung:

Verfolgung der Bewegung eines Objektes mit Hilfe einer Kamera  
durch Auswertung von Bildfolgen

### Anwendungen:

- Beobachtung des Straßenverkehrs  
(stationäre, statische Kamera und bewegte Objekte)
- Sicherheitsanlagen (stationäre, nicht-statische Kamera und bewegte Objekte)
- autonome Fahrzeuge (nicht-stationäre Kamera und bewegte Objekte)
- mobile Roboter (nicht-stationäre Kameras in beliebigen Umgebungen)
- ...

## Allgemeiner Systemaufbau:



- suche Zielobjekt gemäß Modell
- schätze Objektposition im nächsten Bild:
  - Prädiktionsfilter
  - Condensation-Algorithmus
  - ...
- lokalisierere Objekt im aktuellen Bild:
  - Templates
  - Active Contours
  - ...
- positioniere Kamera neu

# Bemerkungen

---

- Probabilistische / nicht-probabilistische Modelle:  
eine absolute Position pro Zeitschritt vs. mehrere potenzielle Positionen
- Single- und Multi-Objektverfolgung:  
Tracking eines Objektes vs. paralleles Tracking mehrerer Objekte
- Objektlokalisierung anhand geeigneter Merkmale:  
Farbe, Form, Struktur, . . .
- Prädiktion durch zeitliche Modellierung der Bewegung
- Nachführung der Kamera bei großen Bewegungsradien der Objekte:  
"Halte Objekt möglichst im Zentrum des Bildausschnitts."

# Objektlokalisierung: Template-Matching

---

- einfachster Ansatz zur Lokalisation
- Grundidee:  
"Gegeben ein Beispielmuster (*Template S*) des gesuchten Signals, suche in unbekanntem Muster *f* einen Ausschnitt, der zum Template passt!"
- Signal *f* in der Regel direkt durch Bild- oder Audiosignal bzw. geeigneten Merkmalsvektor gegeben
- Template *S* entspricht einem Signalausschnitt gleicher Dimension

## Problem:

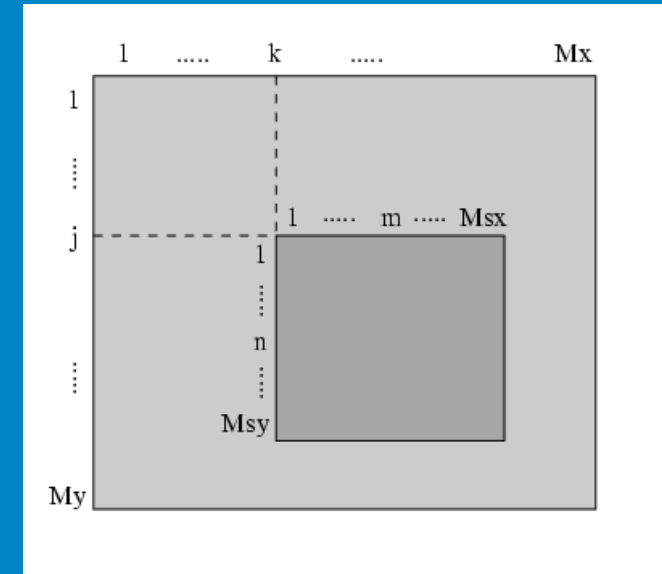
Template-Matching erfordert möglichst punktgenaue Übereinstimmung!!!

(geeignet bei definierten Lichtverhältnissen und Objektkonstanz)

# Template-Matching auf Bildern

Gegeben:

- $M_x \times M_y$ -dimensionales Bildsignal  $f$
- $M_{sx} \times M_{sy}$ -dimensionales Template  $S$
- im Allgemeinen gilt:  
 $M_x > M_{sx}$  und  $M_y > M_{sy}$
- Matching: suche Position  $(j, k)$  im Bild  $f$  mit der größten Übereinstimmung (Faltungsoperation!)



Gesucht: geeignetes **Abstandsmaß**, das zu minimieren ist!

# Abstandsmaße

- City-Block:

$$\epsilon_{j,k}^1 = \sum_{m=1}^{M_{sx}} \sum_{n=1}^{M_{sy}} |f_{(j+m,k+n)} - S_{m,n}| \quad (\text{minimieren})$$

- Quadratischer Abstand:

$$\epsilon_{j,k}^2 = \sum_{m=1}^{M_{sx}} \sum_{n=1}^{M_{sy}} (f_{(j+m,k+n)} - S_{m,n})^2 \quad (\text{minimieren})$$

- Kreuzkorrelation:

$$R_{j,k} = \sum_{m=1}^{M_{sx}} \sum_{n=1}^{M_{sy}} f_{(j+m,k+n)} \cdot S_{m,n} \quad (\text{maximieren})$$

- normalisierte Kreuzkorrelation:

$$R'_{j,k} = \frac{R_{j,k}}{\sqrt{\sum_{m=1}^{M_{sx}} \sum_{n=1}^{M_{sy}} f_{(j+m,k+n)}^2} \sqrt{\sum_{m=1}^{M_{sx}} \sum_{n=1}^{M_{sy}} S_{m,n}^2}} \quad (\text{maximieren})$$

Alternative Normalisierung:

- Energie von Bild und Template:

$$\sum_{x=j}^{M_{S_x}} \sum_{y=k}^{M_{S_y}} f_{(x,y)}^2 = 1 \quad \text{bzw.} \quad \sum_{x=1}^{M_{S_x}} \sum_{y=1}^{M_{S_y}} S_{(x,y)}^2 = 1$$

Weitere Probleme:

- Templates sind i.A. weder rotations- noch skalierungsinvariant (vorherige Transformationen, Normalisierungen, etc. notwendig)
- bei partiellen Verdeckungen Zerlegung des Templates in Sub-Templates  
⇒ Match bei Übereinstimmung in  $k \geq \theta_k$  Sub-Templates



Ansätze zur Aufwandsreduktion:

- Template-Matching entspricht einer **Faltung**
  - ⇒ Transformation in den Frequenzraum (FFT): Faltung → Multiplikation
- Auflösungspyramiden:
  - Subsampling von Bild und Template
  - Suche nach Matches auf unterster Ebene
  - Beschränkung des Matchings auf der nächsten Ebene auf die  $n$  besten Positionen aus vorherigem Schritt
- Prädiktionsfilter:
  - Beschränkung des Suchbereichs durch Schätzung der neuen Objektposition

Allgemeine Grundidee:

rekursive Modellierung eines mit einem Zufallsprozeß überlagerten linearen Systems, um aus dem Verhalten bis zum aktuellen Zeitpunkt Aussagen über das zukünftige Verhalten machen zu können

”Features”:

- Interpretation von verrauschten Meßdaten in Realzeit
- Implizite Modellierung von Zufallskomponenten für sichere Vorhersagen
- ermöglicht Aussagen über Vorhersagefehler

Ansatz:

”Gegeben ein Modell für die Bewegung und die Meßdaten über den Zustand des Systems bis zum Zeitpunkt  $k$ , sowie ferner Annahmen über zufällige Störeinflüsse, mache eine Vorhersage für den Systemzustand zum Zeitpunkt  $k + 1!$ ”

Modellierung des linearen Systems:

$$\vec{x}_{k+1} = \Phi_k \cdot \vec{x}_k + \vec{\omega}_k$$

$$\vec{z}_k = H_k \cdot \vec{x}_k + \vec{v}_k$$

$\vec{x}_k$  := Systemzustand zum Zeitpunkt  $k$  ( $n \times 1$ -dimensional)

$\Phi_k$  := Zustandsübergangsmatrix  $\vec{x}_k \rightarrow \vec{x}_{k+1}$  ( $n \times n$ -dimensional)

$\vec{\omega}_k$  := statistischer Systemanteil, weißes, unkorreliertes Rauschen bekannter Kovarianz

$$E\{\vec{\omega}_i \vec{\omega}_k\} = \delta_{ik} \cdot Q_k$$

$\vec{z}_k$  := Meßdaten des Zeitpunktes  $k$  ( $m \times 1$ -dimensional)

$H_k$  := spezifiziert Zusammenhang zwischen  $\vec{x}_k$  und  $\vec{z}_k$  ( $m \times n$ -dimensional)

$\vec{v}_k$  := Meßfehler ( $n \times 1$ -dimensionaler Zufallsvektor)

$$E\{\vec{v}_i \vec{v}_k\} = \delta_{ik} \cdot R_k$$

$$E\{\vec{\omega}_k \vec{v}_i\} = 0, \forall k, i$$

# Modellierung - Beispiel

## Beispiel: 1D-Bewegung eines PKW

- Systemgleichungen: lineare Bewegungsgleichungen der Physik
- Messung: Abstand per Radar
- Zufallsprozeß: Luftwiderstand
- Messfehler: Störsignale, Zeitmessung

Also:

$$\begin{aligned}\vec{x}_k &= [y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k]^T \\ y_{k+1} &= y_k + \Delta t \cdot \dot{y}_k + \frac{\Delta t^2}{2} \cdot \ddot{y}_k \\ \dot{y}_{k+1} &= \dot{y}_k + \Delta t \cdot \ddot{y}_k \\ \Rightarrow \Phi_k &= \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- Zufallsprozess: Wind

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- messbarer Zustand  $\vec{z}_k$ :

Position  $y_k$  des PKW über Radar, also  $H_k = (1 \ 0 \ 0)$

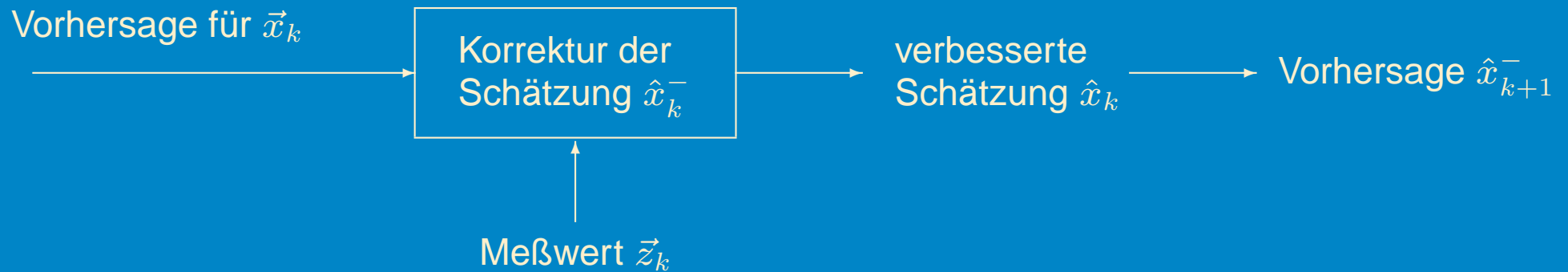
- Messfehler:

$$N(0, 1) \cdot \frac{y_k}{10}$$

Frage jetzt: Wie arbeitet der Kalman-Filter?

# Arbeitsweise Kalmanfilter

Grundprinzip:



Notation:

$\vec{x}_k$  := tatsächlicher Systemzustand (nicht bekannt!)

$\hat{x}_k^-$  := geschätzter Zustand vor Analyse (*a-priori Schätzung*)

$\hat{x}_k$  := geschätzter Zustand nach der Korrektur (*a-posteriori Schätzung*)

## Herleitung der Filtergleichungen

- gegeben a-priori Schätzfehler zum Zeitpunkt  $k$

$$e_k^- = (\vec{x}_k - \hat{x}_k^-)$$

mit Kovarianzmatrix

$$P_k^- = E\{e_k^- e_k^{-T}\} = E\{(\vec{x}_k - \hat{x}_k^-)(\vec{x}_k - \hat{x}_k^-)^T\}$$

- Ziel: korrigiere Zustandsschätzung und Kovarianz anhand des Messfehlers

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (\vec{z}_k - H \cdot \hat{x}_k^-) \quad (1)$$

- der Korrekturfaktor  $K_k$  heisst auch **Kalmanfaktor**

# Arbeitsweise Kalmanfilter

Ziel: finde optimales  $K_k$  für eine neue Zustandsschätzung  $\hat{x}_k$

⇒ Minimierung des mittleren quadratischen Schätzfehlers  $P_k = E\{e_k e_k^T\}$

Ansatz:

$$\operatorname{argmin}_{K_k} P_k = \operatorname{argmin}_{K_k} E\{(\vec{x}_k - \hat{x}_k)(\vec{x}_k - \hat{x}_k)^T\}$$

Es gilt:

$$\vec{z}_k = H_k \cdot \vec{x}_k + \vec{v}_k$$

Aus Einsetzung in Gleichung (1) folgt dann

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \cdot (H_k \vec{x}_k + \vec{v}_k - H_k \hat{x}_k^-)$$

Damit gilt schließlich:

$$P_k = E\{(\vec{x}_k - \hat{x}_k^- - K_k \cdot (H_k \vec{x}_k + \vec{v}_k - H_k \hat{x}_k^-)) \cdot (\vec{x}_k - \hat{x}_k^- - K_k \cdot (H_k \vec{x}_k + \vec{v}_k - H_k \hat{x}_k^-))^T\}$$



# Arbeitsweise Kalmanfilter

---

- Umformung liefert nach diversen "Rumrechnereien" ... :-)

$$P_k = (I - K_k H_k) \cdot P_k^- \cdot (I - K_k H_k)^T + K_k R K_k^T \quad (2)$$

- Minimierung von  $P_k$  durch Ableiten und Nullsetzen ergibt

$$K_k = \frac{P_k^- \cdot H_k^T}{H_k P_k^- H_k^T + R_k}$$

- Einsetzen des Kalmanfaktors in Gleichung (2) liefert

$$P_k = (I - K_k H_k) \cdot P_k^-$$

als korrigierte Fehlerkovarianz

- analog dazu folgt aus Gleichung (1) eine korrigierte Zustandsschätzung  $\hat{x}_k$

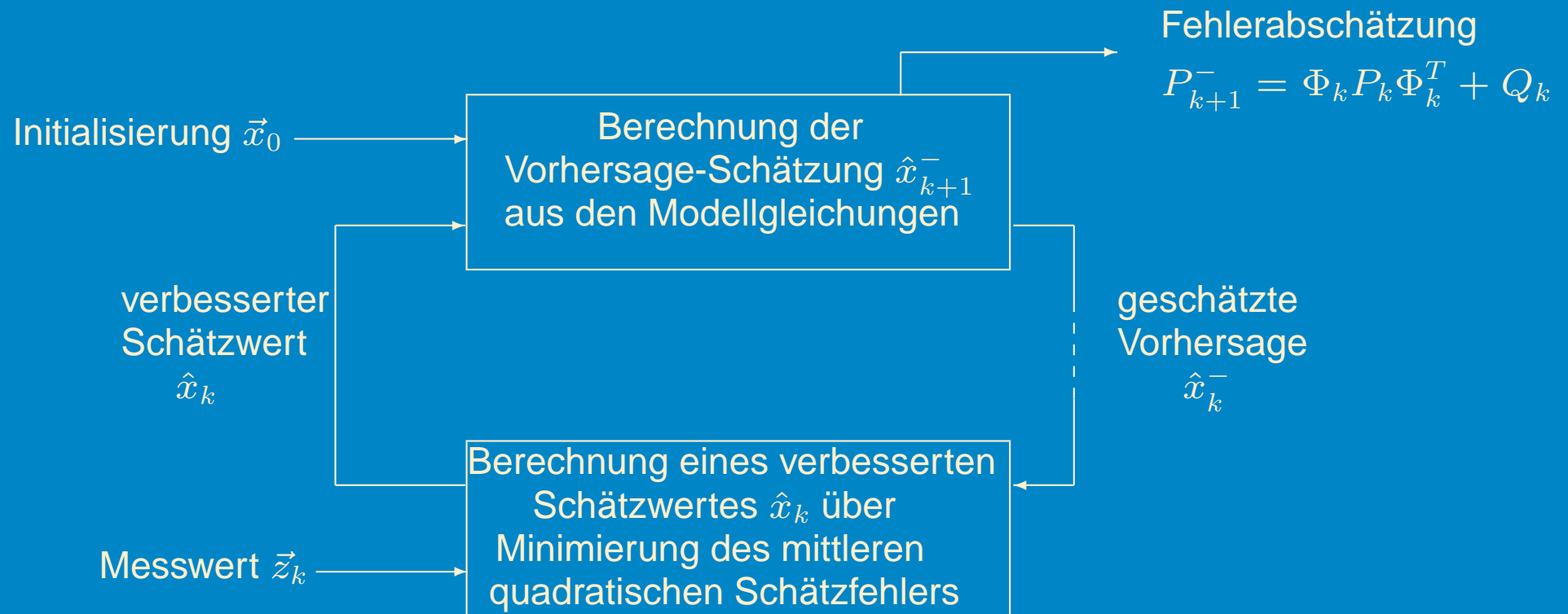
- Vorhersage des Systemzustandes für den Zeitpunkt  $t + 1$ :

$$\hat{x}_{k+1}^- = \Phi_k \cdot \hat{x}_k + \vec{\omega}_k$$

$$\begin{aligned} P_{k+1}^- &= E\{(\vec{x}_{k+1} - \hat{x}_{k+1}^-)(\vec{x}_{k+1} - \hat{x}_{k+1}^-)^T\} \\ &= E\{(\Phi_k \vec{x}_k + \vec{\omega}_k - \Phi_k \hat{x}_k - \vec{\omega}_k)^2\} \\ &= E\{\Phi_k e_k + \vec{\omega}_k^2\} \\ &= \Phi_k \cdot E\{e_k^2\} \Phi_k^T + E\{\vec{\omega}_k^2\} \\ &= \Phi_k \cdot P_k \Phi_k^T + Q_k \end{aligned}$$

- $\vec{\omega}_k$  ist mittelwertfrei und unkorreliert und kann daher entfallen

# Überblick



- je mehr Zustände beobachtet werden, desto sicherer ist die Vorhersage
- Filter erfordert passendes Modell (fehlerhaftes Modell wird nicht ausgeglichen!)
- numerische Probleme bei langer Laufzeit möglich
- beschränkt auf *lineare* Systeme → **Extended Kalman**