Übungen Algorithmen der Bioinformatik II
Wintersemester 2004/05
Stefan Posch, Birgit Möller, Denis Williams

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 11

Aufgabe 11.1

(a) Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Definitionen der bedingten statistischen Unabhängigkeit für diskrete Zufallsvariablen und den Fall, daß alle Ereignisse eine Wahrscheinlichkeit > 0 haben.

$$I_P(X,Y|Z) \quad :\Leftrightarrow \quad \forall x,y,z : P(X=x, Y=y|Z=z) = P(X=x|Z=z)P(Y=y|Z=z)$$
$$I_P(X,Y|Z) \quad :\Leftrightarrow \quad \forall x,y,z : P(X=x|Y=y, Z=z) = P(X=x|Z=z)$$

(b) Beweisen Sie für Mengen $\{A, B, C\}$ von Zufallsvariablen:

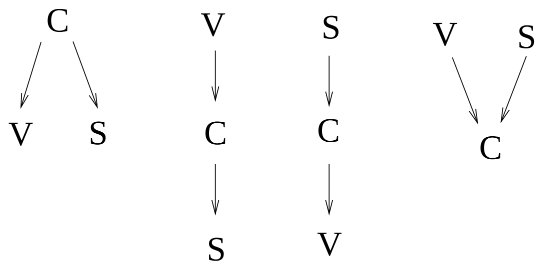
$$I_P(A,B|C) \Rightarrow I_P(A,B'|C), \text{für } B' \subset B$$

(c) Beweisen Sie für eine Graphen mit einer Menge von Zufallsvariablen als Knoten:

$$I_P(\{X\}, \mathrm{Nd}_X \mid \mathrm{Pa}_X) \Leftrightarrow I_P(\{X\}, \mathrm{Nd}_X \setminus \mathrm{Pa}_X \mid \mathrm{Pa}_X)$$

Aufgabe 11.2 Betrachten Sie folgende Verbundwahrscheinlichkeit und Graphen

V	C	S	P(V,C,S)
1	1	1	$\frac{2}{13}$
1	1	0	$\frac{1}{13}$
1	0	1	$\frac{1}{13}$
1	0	0	$\frac{1}{13}$
1	1	1	$\frac{4}{13}$
1	1	0	$\frac{2}{13}$
1	0	1	$\frac{1}{13}$
1	0	0	$\frac{1}{13}$



(a) Zeigen Sie, daß für diese Verbundwahrscheinlichkeit gilt: $I_P(V,S|C)$

(b) Folgern Sie, daß (G,P) die Markov Bedingung erfüllt, wenn G einer der drei linken Graphen ist.

(c) Beweisen Sie für den linkesten Graphen direkt (d.h. **ohne** Verwendung des Theorems aus der Vorlesung), daß die Verbundwahrscheinlichkeit gleich dem Produkt über alle bedingten Wahrscheinlichkeiten (abhängig jeweils vom Vorgänger) der drei Zufallsvariablen V, C, S ist.

(d) Zeigen Sie, daß dies für den rechtesten Graphen nicht erfüllt ist.

Abgabe: 13.1.05