Übungen Algorithmen der Bioinformatik II
Wintersemester 2004/05
Stefan Posch, Birgit Möller, Denis Williams

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 8

Aufgabe 8.1
Bei einer Multinomialverteilung ist die Anzahl N und damit die Summe der beobachteten Ereignisse bekannt. Man kann deshalb eine Komponente des Beobachtungsvektors durch die anderen ausdrücken: $\widetilde{Mu}(X_1, X_2, ..., X_{D-1}|N, \theta) = Mu(X_1, X_2, ..., X_D|N, \theta)$

Nutzen Sie diese Parametrisierung der Multinomialverteilung, um zu zeigen, daß jede Randverteilung einer Multinomialverteilung wiederum eine Multinomialverteilung ist.

Aufgabe 8.2
Zeigen Sie, daß für beliebige Zufallsvariablen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ mit $P(X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}) > 0$ gilt:

$$P(X_1, X_2, \ldots, X_n) = P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_1, X_2) \cdots P(X_n|X_1, X_2, \ldots, X_{n-1})\,.$$

Aufgabe 8.3

a) Plotten Sie die zweidimensionalen Gaussdichten

$$N(x, y|\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} e^{\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\sigma_y^2} - 2\rho\frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y}\right]\right\}}$$

für die Werte von μ_x, μ_y, σ_x, σ_y und ρ aus der folgenden Tabelle:

μ_x	μ_y	σ_x	σ_y	ρ
0	0	1	1	0
3	0	1	1	0
0	-5	1	1	0
3	-5	1	1	0
0	0	4	1	0
0	0	1	$\frac{1}{9}$	0
0	0	4	$\frac{1}{9}$	0
0	0	4	1	0.2
0	0	4	1	0.4
0	0	4	1	0.6
0	0	4	1	0.8
0	0	4	1	1.0
0	0	4	$\frac{1}{9}$	0.4

b) Berechnen Sie die beiden Randdichten $f_X(x)$ und $f_Y(y)$ über x und y der zweidimensionalen Gaussdichte mit $\rho = 0$ (da sonst recht schwer). (Hinweis für nachfolgende Teilaufgaben: Das Ergebnis ist dasselbe für alle ρ!)

c) Nehmen Sie nun an, X bzw. Y sei gegeben und berechnen Sie die resultierenden bedingten Dichten von $N(x, y|\mu_x, \mu_y, \sigma_x, \sigma_y, \rho)$.

d) Plotten Sie $f_X(x)$ und $f_{X\,|\,Y}(x\,|\,y)$ für $x \in [-10, 10]$ und $y \in \{-2, 0, 2, 4, 6\}$. Hier und in den folgenden beiden Beispielen sei $\mu_x = \mu_y = 0$, $\sigma_x = 1$, $\sigma_y = 2$ und $\rho = 0.75$.

e) Plotten Sie $f_Y(y)$ und $f_{Y\,|\,X}(y\,|\,x)$ für $y \in [-10, 10]$ und $x \in \{-2, 0, 2, 4, 6\}$.

f) Plotten Sie $f(x, y)$ für $(x, y) \in [-10, 10] \times [-10, 10]$.

Abgabe: 9.12.04