Übungen Algorithmen der Bioinformatik II
Wintersemester 2005/06
Prof. Dr. Stefan Posch, Dr. Birgit Möller

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 6

Aufgabe 6.1 Sie gehen ohne Misstrauen in eine Spielhölle, in der mit einer Münze gespielt wird: Der Spieler oder die Spielerin setzt gegen den "Direktor" des Etablissements, indem er oder sie auf TEUFEL oder ENGEL tippt. (Bemerkung: in dieser Lokation hat die verwendete Münze diese zwei Seiten!).

Da Sie aufgrund des äußeren Rahmens doch etwas vorsichtig geworden sind, beobachten Sie zunächst den Spielverlauf und notieren einige Folgen der Ergebnisse (von ENGEL und TEUFEL). Im Rahmen dieser Übung können wir Sie natürlich nicht zum Besuch einer derartigen Einrichtung auffordern, und haben das für Sie übernommen. Das Ergebnis dieser "Exkursion" finden Sie in den Dateien "`spiel?.txt`" auf der Homepage zur Vorlesung. Ihren unvoreingenommenen Prior modellieren Sie mittels Beta-Verteilung mit dem Erwartungswert einer fairen Münze, also z.B. $p_{\text{fair}} = 0.5$.

(a) Plotten Sie die Schätzwerte nach MAP-, MP- und ML-Prinzip gegen wachsende Länge der Beobachtung.
(b) Wiederholen Sie dies für mehrere Beobachtungsfolgen und vergleichen Sie die Resultate.
(c) Wie entwickelt sich die Varianz der a posteriori Verteilung, wiederum mit wachsender Länge der Beobachtung?
(d) Variieren Sie die Varianz Ihres Priors und vergleichen Sie (für eine oder wiederum mehrere Beobachtungsfolgen) die Entwicklung von MP-Schätzwert und Varianz der a posteriori Verteilung.
(e) Welche "Lehre" können Sie aus diesen Überlegungen für Ihren nächsten Besuch einer Spielhölle ziehen?

Aufgabe 6.2 Betrachten Sie den N-fachen Wurf einer Münze mit der Wahrscheinlichkeit p für das Ereignis "Kopf". Als a priori Verteilung für p wählen Sie wieder ein Beta-Verteilung mit den Hyperparametern α und β.

Sie haben unter obigen Annahmen nach der Beobachtungen von k Ereignissen Kopf bei N Experimenten die a posteriori Verteilung als $Be(p|\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ bestimmt.

Ein Freund oder eine Freundin von Ihnen hat mit derselben Münze ebenfalls N Würfe durchgeführt. Nach der Beobachtung von $l \neq k$ Kopf-Ereignissen kommt er oder sie auf **diesselbe** a posteriori Verteilung $Be(p|\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$.

Kann dies mit rechten Dingen zugehen? Wie und unter welchen Bedingnungen kann das passieren?

Abgabe: 01.12.05