Übungen Algorithmen der Bioinformatik II
Wintersemester 2006/07
Dr. Ivo Große, Dipl.-Bioinf. Jan Grau

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 6

Aufgabe 6.1 Der Satz von Poisson besagt: Seien $P(k|N) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$ und $p = \frac{\lambda}{N}$, wobei λ eine Konstante ist, so gilt $\lim_{N\to\infty} P(k|N) = \frac{\lambda^k}{k!}\exp(-\lambda)$. Formulieren Sie diesen Satz verbal und beweisen Sie ihn.

Aufgabe 6.2 Seien $X_1, X_2, \ldots, X_M$ statistisch unabhängige, poissonverteilte Zufallsvariablen. Die Parameter der Poissonverteilungen seien $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_M$. Sei $Y = X_1 + X_2$. Leiten Sie die bedingte Verteilung des Vektors (X_1, X_2) gegeben $Y = N$ für $N = 0, 1, 2, \ldots$ her. Kommt Ihnen diese Verteilung bekannt vor? Formulieren Sie den soeben bewiesenen Satz verbal. Sei nun $Y = X_1 + X_2 + \ldots + X_M$ für $M > 2$. Leiten Sie die bedingte Verteilung des Vektors $(X_1, X_2, \ldots, X_M)$ gegeben $Y = N$ für $N = 0, 1, 2, \ldots$ her. Kommt Ihnen auch diese Verteilung bekannt vor? Formulieren Sie den soeben bewiesenen Satz verbal.

Aufgabe 6.3 Seien X_1 und X_2 statistisch unabhängige, binomialverteilte Zufallsvariablen. Die Parameter der Binomialverteilungen seien p_1 und N_1 sowie p_2 und N_2. Zeigen Sie, dass $Y = X_1 + X_2$ binomialverteilt ist mit den Parametern p und $N_1 + N_2$, falls $p_1 = p_2 =: p$. Zeigen Sie, dass Y nicht binomialverteilt sein kann, falls $p_1 \neq p_2$, selbst wenn $N_1 = N_2$.

Aufgabe 6.4 Beweisen Sie die Identität $(\sum_{d=1}^{D} a_d)^N = \sum_{k_1=0}^{N} \sum_{k_2=0}^{N-k_1} \cdots \sum_{k_{D-1}=0}^{N-k_1-\cdots-k_{D-2}} \frac{N!}{\prod_{d=1}^{D} k_d!} \prod_{d=1}^{D} a_d^{k_d}$ und leiten Sie die erzeugende Funktion der Polynomialverteilung her. Leiten Sie weiterhin den Erwartungswertvektor und die Kovarianzmatrix eines polynomialverteilten Zufallsvektors her und beweisen Sie, dass die Randverteilung einer Polynomialverteilung wieder eine Polynomialverteilung ist.

Abgabe: 28.11.06