Übungen Algorithmen der Bioinformatik II
Wintersemester 2006/07

Dr. Ivo Große, Dipl.-Bioinf. Jan Grau

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 7

Aufgabe 7.1 Leiten Sie die erzeugende Funktion, den Erwartungswert und die Varianz der stetigen Gleichverteilung, Exponentialverteilung und Normalverteilung her.

Aufgabe 7.2 Beweisen Sie die folgenden Identitäten für stetige Zufallsvariablen.

$$
\begin{aligned}
E(\alpha+\beta X) &= \alpha+\beta E(X) \\
Var(\alpha+\beta X) &= \beta 2 Var(X) \\
Var(X) &= E(X2) - E2(X) \\
Cov(X_1, X_2) &= E(X_1 X_2) - E(X_1)E(X_2) \\
E(\sum_{d=1}^{D} X_d) &= \sum_{d=1}^{D} E(X_d) \\
Var(\sum_{d=1}^{D} X_d) &= \sum_{d=1}^{D} Var(X_d) + \sum_{d=1}^{D}\sum_{c=1}^{d-1} Cov(X_c, X_d) \\
Cov(\sum_{d=1}^{D} X_d, \sum_{c=1}^{C} Y_c) &= \sum_{d=1}^{D}\sum_{c=1}^{C} Cov(X_d, Y_c)
\end{aligned}
$$

Aufgabe 7.3 (a) Beweisen Sie, dass auch für stetige Zufallsvariablen X und Y gilt,

dass die Ungleichung $|\rho(X, Y)| \leq 1$ gilt und dass die Gleichung $|\rho(X, Y)| = 1$ genau dann gilt, wenn X und Y linear abhängig sind.

(b) Finden Sie ein Beispiel für zwei unkorrelierte stetige Zufallsvariablen, die funktional abhängig sind.

(c) Finden Sie ein Beispiel für drei stetige Zufallsvariablen, die paarweise statistisch unabhängig und paarweise bedingt statistisch abhängig sind. Finden Sie ein weiteres Beispiel für drei stetige Zufallsvariablen, die paarweise statistisch abhängig und paarweise bedingt statistisch unabhängig sind.

(d) Finden Sie abschließend je ein Beispiel für drei diskrete Zufallsvariablen mit diesen Eigenschaften.

Aufgabe 7.4 Sei $\vec{X}$ ein D-dimensionaler stetiger Zufallsvektor mit der erzeugenden Funktion $f_{\vec{X}}()$. Sei $f_Y()$ die erzeugende Funktion der stetigen Zufallsvariable $Y = \sum_{d=1}^{D} X_d$. Beweisen Sie die Identität $f_Y(t) = f_{\vec{X}}(t, t, \ldots, t)$.

Abgabe: 5.12.06