



## Blatt 5

**Aufgabe 5.1** Auf der Internetseite zur Vorlesung finden Sie in der Datei "bioData.txt" einen Datensatz, den Ihnen Ihr "Haus-Biologe" zur Analyse übersandt hat.

- Plotten Sie ein Histogramm der Daten.
- Führen Sie zwei unterschiedliche Modellierungen durch, indem Sie zwei verschiedene (kontinuierliche) Verteilungen aus der Vorlesung für die Daten annehmen. Schätzen Sie die jeweiligen Modellparameter.
- Plotten Sie die Log-Likelihood-Funktionen für geeignete Wertebereiche und diskutieren Sie die Diagramme.
- Für welches Modell würden Sie sich entscheiden?

**Aufgabe 5.2** Betrachten Sie eine Münze mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  für das Ereignis "Kopf". Die Anzahl  $k$  dieser Ereignisse bei  $N$  unabhängigen Würfeln ist also binomial verteilt:

$$P(K = k) = Bi(k|N, p)$$

Als a priori Verteilung für  $p$  wählen wir die Beta-Verteilung mit den Hyperparametern  $\alpha$  und  $\beta$ :

$$Be(k|\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} k^{\alpha-1} (1 - k)^{\beta-1}$$

mit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+, 0 < x < 1$ . Die Gammafunktion ist die Verallgemeinerung der Fakultät, es gilt:

$$\begin{aligned}\Gamma(m) &= (m - 1)!, \text{ für } m \in \mathbb{N}^+ \\ \Gamma(x + 1) &= x \Gamma(x), \text{ für } x \in \mathbb{R}^+\end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß die a posteriori Wahrscheinlichkeit  $P(p|k)$  wieder einer Betaverteilung folgt.

**Aufgabe 5.3** Betrachten Sie den  $N$ -fachen Wurf einer Münze mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  für das Ereignis "Kopf". Als a priori Verteilung für  $p$  wählen Sie wieder ein Beta-Verteilung mit den Hyperparametern  $\alpha$  und  $\beta$ .

Sie haben unter obigen Annahmen nach der Beobachtung von  $k$  Ereignissen Kopf bei  $N$  Experimenten die a posteriori Verteilung als  $Be(p|\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$  bestimmt.

Ein Freund oder eine Freundin von Ihnen hat mit derselben Münze ebenfalls  $N$  Würfe durchgeführt. Nach der Beobachtung von  $l \neq k$  Kopf-Ereignissen kommt er oder sie auf **diesselbe** a posteriori Verteilung  $Be(p|\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ .

Kann dies mit rechten Dingen zugehen? Wie und unter welchen Bedingungen kann das passieren?