Übungen Algorithmen der Bioinformatik II
Wintersemester 2007/08
Prof. Dr. Stefan Posch, Dr. Birgit Möller

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 8

Aufgabe 8.1
Bei einer Multinomialverteilung ist die Anzahl N und damit die Summe der beobachteten Ereignisse bekannt. Man kann deshalb eine Komponente des Beobachtungsvektors durch die anderen ausdrücken: $\widetilde{Mu}(X_1, X_2, ..., X_{D-1}|N, \theta) = Mu(X_1, X_2, ..., X_D|N, \theta)$

Nutzen Sie diese Parametrisierung der Multinomialverteilung, um zu zeigen, daß jede Randverteilung einer Multinomialverteilung wiederum eine Multinomialverteilung ist.

Aufgabe 8.2
Zeigen Sie, daß für beliebige Zufallsvariablen $X_1, X_2, \dots, X_n$ mit $P(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}) > 0$ gilt:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_1, X_2) \cdots P(X_n|X_1, X_2, \dots, X_{n-1})\,.$$

Aufgabe 8.3 Gegeben seien folgende Definitionen:

i) $\vec{x}$ ist ein D-dimensionaler Zufallsvektor genau dann wenn
$x_d \geq 0 \ \ \forall d = 1, ..., D$ und $\sum_{d=1}^{D} x_d = 1$.

ii) X ist eine stochastische $D{\times}D$ Matrix genau dann wenn
$x_{ij} \geq 0 \ \ \forall i, j = 1, ..., D$ und $\sum_{j=1}^{D} x_{ij} = 1 \ \ \forall i = 1, ..., D$.

Zeigen Sie:

(a) wenn $\vec{p}$ ein Zufallsvektor und P eine stochastische Matrix ist, so ist auch $\vec{q} = \vec{p}P$ ein Zufallsvektor.

(b) wenn P und Q stochastische Matrizen sind, so sind auch PQ und QP stochastische Matrizen.

Aufgabe 8.4 Eine Verteilung $\vec{x}$ heißt "stationäre Verteilung" einer stochastischen Matrix P, falls $\vec{x} = \vec{x} \cdot P$. Zeigen Sie:

(a) wenn eine stochastische $D \times D$-Matrix X nur identische Zeilen $\vec{x} = (x_{i1}, ..., x_{iD}),\ i = 1, ..., D$ besitzt, so ist die stationäre Verteilung dieser Matrix $\vec{x}$.

(b) jede Anfangsverteilung $\vec{y}$ mit positiven Elementen $y_i > 0 \ \forall i = 1, ..., D$ und $\sum_{d=1}^{D} y_d = 1$ konvergiert durch einmaliges Anwenden von X zur stationären Verteilung $\vec{x}$.

Abgabe: 07.12.2007