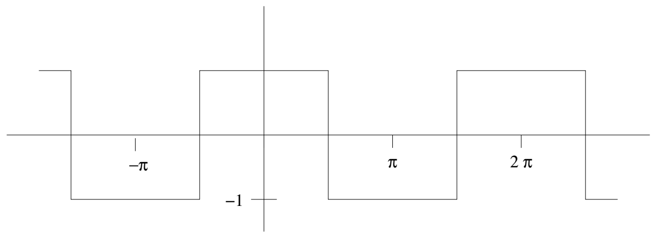
Prof. Dr. Stefan Posch
Dipl.-Inform. Birgit Möller

Universität Halle
Institut für Informatik

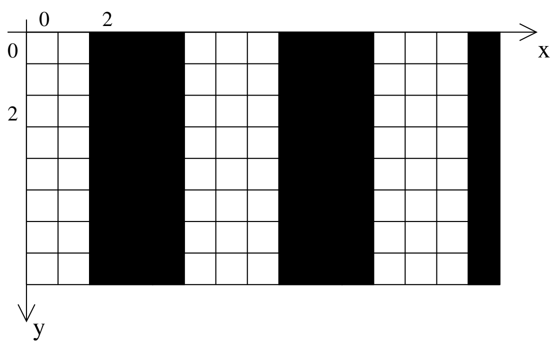
Übungen Bildverarbeitung
Sommersemester 2003
Blatt 6

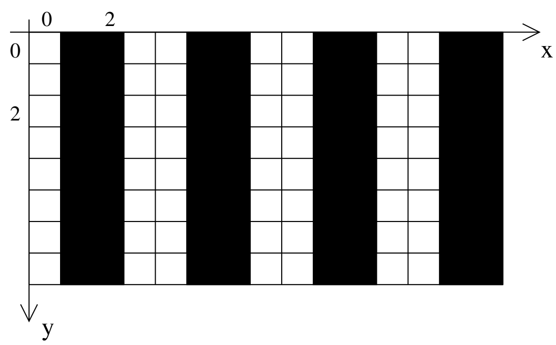
Aufgabe 6.1 In Aufgabe 4.1 wurden für die nachfolgend abgebildete, periodische Stufen-Funktion $f(t)$ mit der Periode $T = 2\pi$ die Koeffizienten der Fourierreihe berechnet.



a) Leiten Sie zunächst die Koeffizienten für eine allgemeine Stufenfunktion $f_{abT}(t)$ her. a sei dabei der größere der beiden auftretenden Funktionswerte, b der kleinere, und T die Periode der Funktion. Die Funktion sei weiterhin achsensymmetrisch zur $y - Achse$.

Gegeben seien nun die beiden folgenden 2D-Bilder mit Streifenmustern. Die hellen Streifen sollen den Grauwert $f = 200$, die dunklen den Wert $f = 100$ haben. Nehmen Sie dabei für das linke Bild eine Periode von 6, für das rechte eine Periode von 4 an.





b) Berechnen Sie mit Hilfe der in Teil a) entwickelten Formel für je eine Zeile aus beiden Bildern die Fourierkoeffizienten. Interpretieren Sie dazu die Zeilen jeweils als 1D-Funktionen mit Funktionswerten a und b und der jeweils gegebenen Periode.

c) Die DFT einer diskreten eindimensionalen Funktion ist wiefolgt definiert:

$$F_\mu = \sum_{t=0}^{M_x - 1} f_t \cdot e^{-2i\pi \frac{t\mu}{M_x}}$$

Bestimmen Sie die diskreten 1D-Fouriertransformationen für die in Teil b) betrachteten Zeilen der Bilder. Vergleichen Sie die Resultate der DFT's mit den in Teil b) errechneten Fourierkoeffizienten. Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede gibt es? Wie lässt sich das erklären?

d) Im Weiteren soll nun das vollständige linke Bild betrachtet werden. Beschreiben Sie, ausgehend von dem Resultat der 1D-DFT, welche Frequenzen in dem Bild auftreten und skizzieren Sie das Ergebnisbild der 2D-DFT.

e) Wie ändert sich das Spektrum, wenn das Bild um 90° gedreht wird? Welche Spektren resultieren bei einer Drehung um einen beliebigen Winkel? Berücksichtigen Sie dabei auch Auswirkungen der Diskretisierung bei Digitalbildern!

f) Abschließend soll ein 2-dimensionales, regelmäßiges Schachbrett-Muster betrachtet werden. Beschreiben Sie, welche Frequenzen darin enthalten sind und wie das Ergebnisbild der 2D-DFT aussieht.