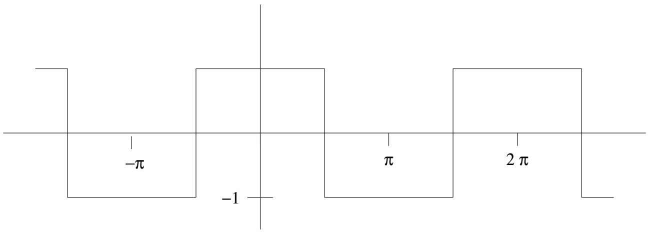
Prof. Dr. Stefan Posch
Dipl.-Inform. Birgit Möller
Dipl.-Inform. Denis Williams

Universität Halle
Institut für Informatik

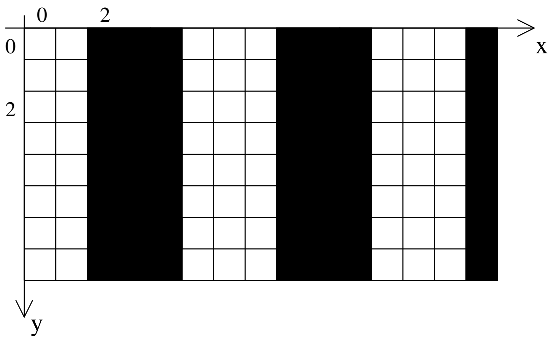
Übungen Bildverarbeitung
Wintersemester 2004 / 2005
Blatt 7

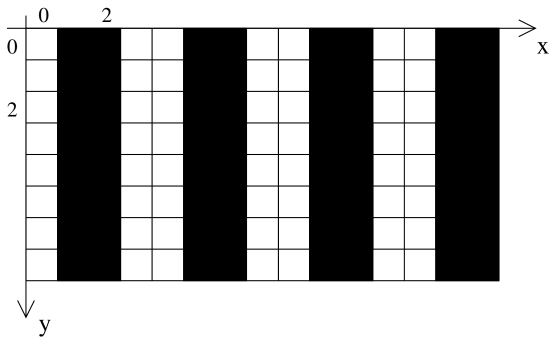
Aufgabe 7.1 In Aufgabe 4.2 wurden für die nachfolgend abgebildete, periodische Stufen-Funktion $f(t)$ mit der Periode $T = 2\pi$ die Koeffizienten der Fourierreihe berechnet.



a) Leiten Sie zunächst die Koeffizienten für eine allgemeine, regelmäßige Stufenfunktion $f_{abT}(t)$ her. a sei dabei der größere der beiden auftretenden Funktionswerte, b der kleinere, und T die Periode der Funktion. Die Funktion sei weiterhin achsensymmetrisch zur $y-Achse$.

Gegeben seien nun die beiden folgenden 2D-Bilder mit Streifenmustern. Die hellen Streifen sollen den Grauwert $f = 200$, die dunklen den Wert $f = 100$ haben. Nehmen Sie dabei für das linke Bild eine Periode von 6, für das rechte eine Periode von 4 an.





b) Berechnen Sie mit Hilfe der in Teil a) entwickelten Formel für je eine Zeile aus beiden Bildern die Fourierkoeffizienten und die resultierenden Fourierreihen. Interpretieren Sie dazu die Zeilen jeweils als 1D-Funktionen mit Funktionswerten a und b und der jeweils gegebenen Periode. Nehmen Sie weiterhin an, dass durch Verschiebung der y-Achse für die Funktionen Achsensymmetrie garantiert ist.

c) Die DFT einer diskreten eindimensionalen Funktion ist wiefolgt definiert:

$$F_\mu = \sum_{t=0}^{M_x-1} f_t \cdot e^{-2i\pi \frac{t\mu}{M_x}}$$

Bestimmen Sie die diskreten 1D-Fouriertransformationen für die in Teil b) betrachteten Zeilen der Bilder. Geben Sie jeweils die Fourierdarstellung der Zeilen an. Vergleichen Sie die Resultate der DFT's mit den in Teil b) errechneten Fourierreihen. Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede gibt es? Wie lässt sich das erklären?

Aufgabe 7.2

a) Beweisen Sie, dass jedes verschiebungsinvariante lineare System T durch seine Impulsantwort $[g_i]$ vollständig bestimmt ist.

b) Beweisen Sie, dass jedes verschiebungsinvariante lineare System T mit Impulsantwort $[g_i]$ durch eine (nicht zyklische) Faltung realisiert werden kann.

Aufgabe 7.3 Zeigen Sie, dass sich die diskrete 2D-Mittelwertbildung

$$h_{jk} = \frac{1}{(2m+1)(2n+1)} \sum_{\mu=-m}^{m} \sum_{\nu=-n}^{n} f_{j+\mu,k+\nu}$$

als Faltungsoperation formulieren lässt.