Prof. Dr. Stefan Posch
Dipl.-Inform. Denis Williams

Universität Halle
Institut für Informatik

Übungen Bildverarbeitung
Wintersemester 2005 / 2006
Blatt 5

Aufgabe 5.1 Bestimmen Sie die Fouriertransformierte $F(u)$ der folgenden Funktion:

$$f(t) = e^{-a \cdot |t|} \text{ mit } a > 0$$

Aufgabe 5.2

Gegeben sei die Fouriertransformierte $F(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } |u| \leq \omega_0 \\ 0 & \text{für } |u| > \omega_0 \end{cases}$

Bestimmen Sie die zugehörige Funktion $f(t)$. Vereinfachen Sie das Ergebnis mit Hilfe der Definition

$$e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$$

Aufgabe 5.3

Verallgemeinern Sie die Verschiebungseigenschaft der Fouriertransformation

$$\hat{f}(x) := f(x-a) \Rightarrow \hat{F}(u) = e^{-iau} F(u)$$

auf zweidimensionale Funktionen und führen Sie den Beweis aus.

Aufgabe 5.4 Die kontinuierliche Funktion $f(t)$ besitze folgendes Spektrum $F(u)$:

$$F(u) = \begin{cases} 1, & \text{für } u_0 \leq |u| \leq 2u_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Wie groß ist nach dem Abtasttheorem die minimale Frequenz für die Abtastung von f(t)?

b) Stellen Sie das Spektrum der so abgetasteten Funktion graphisch dar.

c) Stellen Sie das Spektrum $F_2(u)$ graphisch dar, das sich bei der Abtastfrequenz $u_a = 2u_0$ ergibt.

d) Wie kann aus $F_2(u)$ das ursprüngliche Signal $f(t)$ zurückgewonnen werden?