

Übungen Bildverarbeitung
Wintersemester 2005 / 2006
Blatt 6

Aufgabe 6.1

Gegeben sei die Fouriertransformierte $F(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } |u| \leq \omega_0 \\ 0 & \text{für } |u| > \omega_0 \end{cases}$

Bestimmen Sie die zugehörige Funktion $f(t)$. Vereinfachen Sie das Ergebnis mit Hilfe der Definition

$$e^{ix} = \cos(x) + i \cdot \sin(x)$$

Aufgabe 6.2 Die kontinuierliche Funktion $f(t)$ besitze folgendes Spektrum $F(u)$:

$$F(u) = \begin{cases} 1, & \text{für } u_0 \leq |u| \leq 2u_0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Wie groß ist nach dem Abtasttheorem die minimale Frequenz für die Abtastung von $f(t)$?
- Stellen Sie das Spektrum der so abgetasteten Funktion graphisch dar.
- Stellen Sie das Spektrum $F_2(u)$ graphisch dar, das sich bei der Abtastfrequenz $u_a = 2u_0$ ergibt.
- Wie kann aus $F_2(u)$ das ursprüngliche Signal $f(t)$ zurückgewonnen werden?

Aufgabe 6.3

- Bestimmen Sie die diskrete Fouriertransformierte der Funktionen f_1 und f_2 .

$$f_1(0) = 1, f_1(1) = \dots = f_1(7) = 0$$
$$f_2(0) = \dots = f_2(7) = 1$$

- Wie lassen sich die Ergebnisse anschaulich deuten?

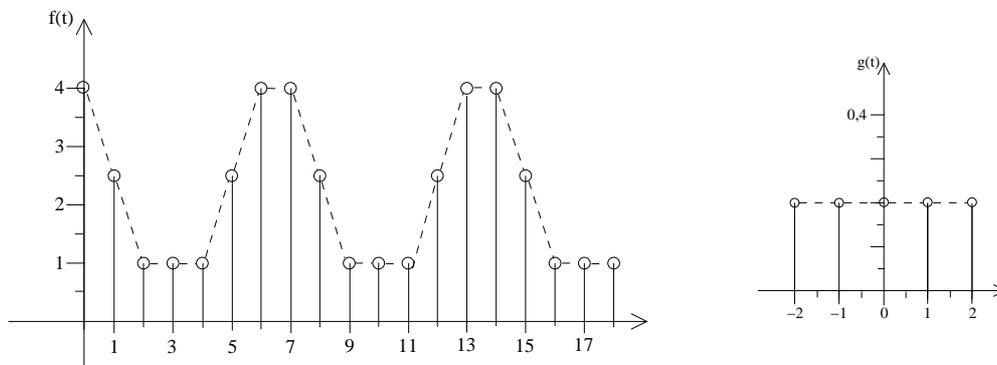
Aufgabe 6.4

Bei der zyklischen Faltung eines Bildes mit einer Faltungsmaske treten in Randbereichen des Bildes Probleme auf, wenn die Maske nicht mehr komplett in das Bild passt.

Im Allgemeinen existieren die folgenden 3 Ansätze, um das Signal über den Rand hinaus zu erweitern und so die Anwendung der Maske auch in Randbereichen des Bildes zu ermöglichen:

- (a) zyklische Fortsetzung des Bildsignals (mit der Bildhöhe / -breite als Periode)
- (b) Auffüllen des undefinierten Randbereichs mit Nullen
- (c) Extrapolation mit dem Wert des letzten gültigen Pixels

Betrachten Sie das folgende diskrete, 1-dimensionale Bildsignal f_t :



Falten Sie es mit der auf der rechten Seite gezeigten Faltungsmaske g_t . Vergleichen Sie dabei die Ergebnisse, die sich jeweils aus den 3 verschiedenen Ansätzen zur Behandlung der Randproblematik ergeben. Welcher Schluß lässt sich daraus für die Anwendung von Faltungsoperationen in der Bildverarbeitung im Hinblick auf die Randproblematik ziehen?