Übungen Musterklassifikation
Sommersemester 2000
Prof. Dr. Stefan Posch

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 5

Aufgabe 5.1

Betrachten Sie folgende zwei Klassifikatoren (ohne Rückweisung):

- Der Mahalanobis-Klassifikator klassifiziert ein Muster $\vec{c}$ in die Klasse mit minimalem Mahalanobis-Abstand d^M

  $$d^M_\kappa(\vec{c}) = \sqrt{(\vec{c} - \vec{\mu}_\kappa)^T \underline{K}^{-1} (\vec{c} - \vec{\mu}_\kappa)}$$

  Dabei sind die $\vec{\mu}_\kappa$ die klassenspezifischen Mittelwertvektoren und $\underline{K}$ die gemeinsame Kovarianzmatrix aller Muster.

- Der euklidische Klassifikator verwendet stattdessen den euklidischen Abstand.

(a) Unter welchen statistischen Annahmen sind diese optimal im Sinn der Risikominimierung bei einheitlichen Fehlklassifikationskosten V_f?

(b) Welche Form haben die Klassengrenzen und wie hoch ist der Rechenaufwand bei der Klassifikation?

Aufgabe 5.2

Beweisen Sie für beliebige, gleich große Matrizen A, B:

$$\mathrm{spur}(AB^T) = \mathrm{spur}(BA^T)$$

Aufgabe 5.3 *

Für ein 2-Klassenproblem mit Rückweisung sei folgende Verlustmatrix $V(\omega_i, \hat{\omega})$ gegeben:

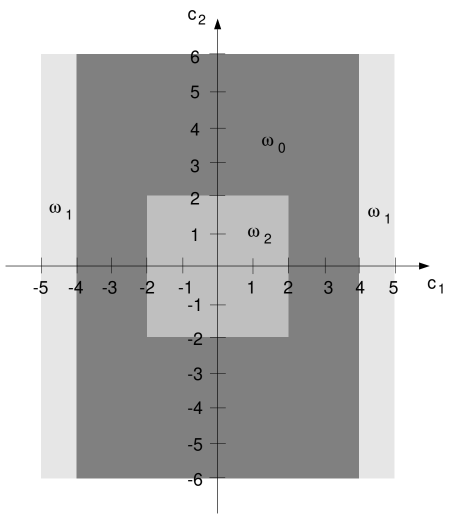
$$\begin{array}{ll} V(\omega_1,\omega_0) = 1 & V(\omega_2,\omega_0) = 2 \\ V(\omega_1,\omega_1) = 0 & V(\omega_2,\omega_1) = 10 \\ V(\omega_1,\omega_2) = 2 & V(\omega_2,\omega_2) = 0 \end{array}$$

Der mustererzeugende Prozeß ist bei einem zweidimensionalen Merkmalsvektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ durch folgende Dichten charakterisiert:

$$p(\vec{c},\omega_1) = \begin{cases} 0 & \text{für } \mid c_1 \mid > 5 \wedge \mid c_2 \mid > 6 \\ \frac{1}{144(\exp^{25}-1)} \mid c_1 \mid \exp^{c_1^2} \mid c_2 \mid & \text{sonst} \end{cases}$$

$$p(\vec{c},\omega_2) = \begin{cases} 0 & \text{für } \mid c_1 \mid > 5 \wedge \mid c_2 \mid > 6 \\ \frac{3}{16(ln6+ln7-ln12-ln1)\ (|c_1|+|c_2|+1)^2} & \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie das Klassifikationsrisiko $R = E\{V(\omega_i, \hat{\omega})\}$, falls man sich gemäß der nachstehenden Abbildung entscheidet:



Wie groß ist das Risiko, falls man die Entscheidung für ω_1 und ω_2 vertauscht?