Übungen Musterklassifikation

Abgabe am 15.6.2004 12.15 Uhr

Sommersemester 2004

Prof. Dr. Stefan Posch
Dipl.Inform. Denis Williams

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 9

Aufgabe 9.1 (bewertet)
Betrachten Sie ein Ausgabeneuron eines multilayer perceptron mit einer Schicht. (In Wirklichkeit betrachten wir somit ein Perzeptron.)
Veranschaulichen Sie geometrisch für einen zweidimensionalen Eingabevektor die Arbeitsweise (d.h. das Ausgabeverhalten, welches Ergebnis liefert das Neuron abghängig von der Eingabe) des Neurons.

Aufgabe 9.2 (bewertet)
Gegeben sei ein einlagiges Perzeptron mit drei Neuronen in der Ausgabeschicht und zweidimensionaler Eingabe. (D.h. drei rechnende Neuronen)

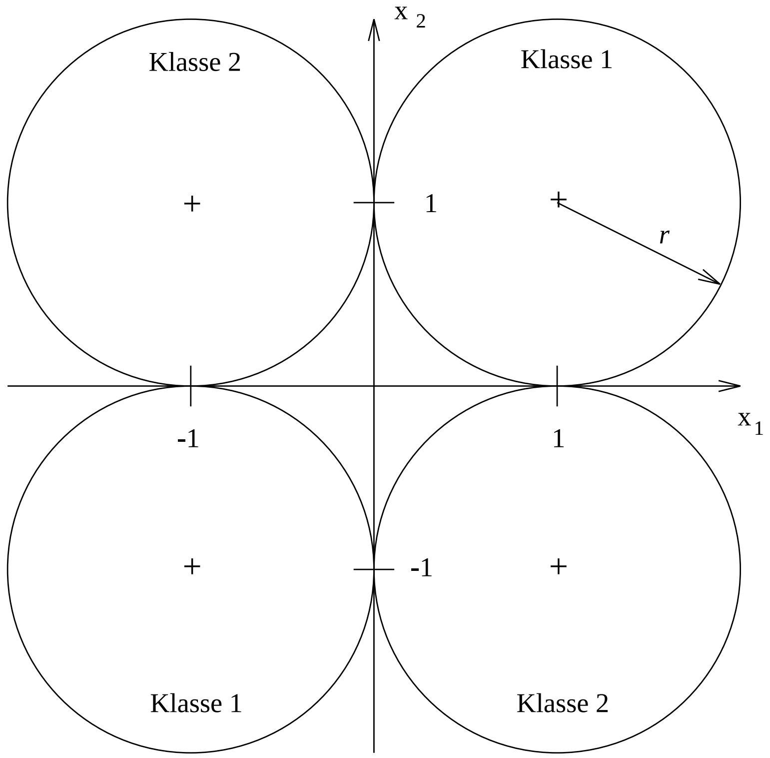
Wie teilt ein solches Perzeptron den Raum R^2 in Regionen bestimmter Klassenzugehörigkeit ein?

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, welchen Einfluß die Wahl der Aktivierungsfunktion σ hat.

Aufgabe 9.3 (bewertet)
Geben Sie ein multilayer perceptron zur Lösung des XOR-Problems an. (Hierbei soll also die boolsche Funktion XOR realisiert werden, d.h. je zweidimensionale Ein- und Ausgabe mit binären Werten.)

Aufgabe 9.4 (bewertet)

Betrachten Sie das in der folgenden Abbildung dargestellte Klassifikationsproblem für einen zweidimensionalen Vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$. Die Mittelpunkte der Kreis seinen fest, der Radius r variabel. Die klassenbedingten Dichten seien innerhalb der Kreisflächen gleicherverteilt, die zwei Klassen habe dieselbe a priori Wahrscheinlichkeit (von je 0.5).



(a) Vergleichen Sie die Klassifikationsaufgabe mit dem "XOR"-Problem! Wo bestehen Analogien, wo liegen Unterschiede? Welche Aufgabe ist die leichtere und warum?

(b) Wie sieht der optimale Klassifikator, der die Fehlerrate minimiert, aus, wenn alle Kreisradien (i) den Wert $r = 1$, (ii) den Wert $r = \sqrt{2}$ haben? Welcher Klassifikationsfehler ergibt sich jeweils?

(c) Zeigen Sie, dass sich dieser optimale Klassifikator (in beiden Fällen (i) und (ii)) durch ein Multilagen-Perzeptron mit drei Schichten (d.h. zwei inneren Schichten) und der Schwellwertfunktion als Aktivierungsfunktion für alle Knoten realisieren läßt. Geben Sie eine geeignete Netzarchitektur und Werte der erforderlichen Gewichtsparameter eines solchen Perzeptrons an!

(d) Wie nahe können Sie dem optimalen Klassifikator kommen, wenn Sie nur zwei Schichten und zwei Knoten in der inneren Schicht zulassen (Aktivierungsfunktion sei wieder die Schwellwertfunktion) ?