Übungen Musterklassifikation
Sommersemester 2006

Abgabe am 23.6.06

Prof. Dr. Stefan Posch

Dipl.Inform. Andre Gohr

(andre.gohr@informatik.uni-halle.de)

Institut für Informatik
Universität Halle

Blatt 11

Aufgabe 11.1 (10 Punkte) Gewichtsteilung (*weight sharing*) ist eine Technik für die Zuweisung von Gewichten an Neuronen in einem MLP. Dabei werden für bestimmte Gruppen von Neuronen einer Schicht identische Gewichte für die eingehenden Verbindungen gewählt. Diese Technik kann sinnvoll sein, wenn die zu bearbeitenden Probleme durch eine Art von Translationsinvarianz gekennzeichnet sind. Das heißt, für Probleme, für die eine bestimmte Operation, wie zum Beispiel die Extraktion charakteristischer Merkmale, auf verschiedene Bereiche der Eingabe angewendet werden muss. Die resultierenden Netzwerke werden auch als Konvolutionsnetzwerke bezeichnet (*convolutional networks*).

Weight sharing kann gut mit dem Backpropagation-Algorithmus kombiniert werden. Wir gehen von einem voll vernetzten MLP mit L Schichten und M^l Neuronen in Schicht l aus. Schicht L ist die Ausgabeschicht. w_{ij}^l ist das Gewicht der Verbindung vom Neuron j der Schicht $(l-1)$ zum Neuron i der Schicht l. Die Eingabe des Neurons i der Schicht l ist $x^l \equiv (x_1^l, x_2^l, \dots, x_{M^{l-1}}^l) = y^{l-1} \equiv (y_1^{l-1}, y_2^{l-1}, \dots, y_{M^{l-1}}^{l-1})$ und dessen Ausgabe ist y_i^l. Die Aktivierungsfunktion sei $\sigma(v_i^l)$, wobei $v_i^l = \sum_{j=0}^{M^{l-1}} w_{ij}^l x_j^l$ die synaptische Summe der Eingaben ist (mit $x_0^l = -1$ als Eingabe für den Bias w_{i0}^l).

Wir betrachten das Netzwerk im Online-Lernmodus mit Daten $D = (\vec{d}, \vec{t}\,)$. Hierbei ist $\vec{t} = (t_1, t_2 \dots, t_K)$ die gewünschte Ausgabe zur Eingabe $\vec{d}$. Die Fehlerfunktion für das Netzwerk habe die Form $E_{total}(D, W) = \sum_{k=1}^{K} E(y_k^L(\vec{d}, W), t_k)$, wobei W der Gewichtsvektor ist.

(a)(5Punkte) Wir betrachten den Fall des *weight sharing* für Gewichte zwischen der Schicht $L-1$ und der Ausgabeschicht. Sei also $\mathcal{I}_L \subset \{1, 2, \dots, K\}$ eine Gruppe von Ausgabeneuronen, die ein Gewicht teilen. Es gibt also für alle $i \in \mathcal{I}_L$ ein $j = j(i) \in \{0, 1, \dots, M^{L-1}\}$, so dass die Gewichte $w_{i,j(i)}^L$ für alle $i \in \mathcal{I}_L$ gleich einem Gewicht $= w_{\mathcal{I}_L}^L$ sind. Mit W bezeichnen wir weiterhin den Gewichtsvektor, in dem alle Gewichte unabhängig sind, und mit W_{shared} denjenigen, den wir durch *weight sharing* erhalten. Zeigen Sie, dass dann gilt

$$\frac{\partial E_{total}(D, W_{shared})}{\partial w_{\mathcal{I}_L}^L} = \sum_{i \in \mathcal{I}_L} \frac{\partial E_{total}(D, W)}{\partial w_{i,j(i)}^L},$$

also die Ableitung der Fehlerfunktion nach einem gemeinsam genutzten Gewicht ist gleich der Summe der Ableitungen der Fehlerfunktion nach den (unabhängigen) Gewichten, die gleich dem gemeinsam genutzten sein sollen.

(b)(5Punkte) Betrachte nun den Fall, dass Gewichte zwischen den Schichten $L-2$ und $L-1$ gemeinsam genutzt werden (unabhängig davon, ob Gewichte zwischen Schicht $L-1$ und der Ausgabeschicht gemeinsam genutzt werden). $\mathcal{I}_{L-1}$ sei eine Menge von Neuronen der Schicht $L-1$, die ein Gewicht teilen. Wie sieht die Ableitung der Fehlerfunktion $E_{total}(D, W_{shared})$ nach einem solchen gemeinsam genutzten Gewicht $w_{\mathcal{I}_{L-1}}^{L-1}$ aus und wie hängt diese Ableitung mit den Ableitungen der Fehlerfunktion $E_{total}(D, W)$ nach den als unabhängig angenommenen Gewichten zusammen?