



Blatt 7

Aufgabe 7.1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß beim Maximum-Likelihood- und beim Bayes-Klassifikator die Auswahl der *maximalen* Komponenten der Diskriminationsfunktionen $\vec{d}(\vec{c})$ jeweils zur *Minimierung* des Risikos führt.

Aufgabe 7.2 (5 Punkte)

Für ein 2-Klassenproblem ohne Rückweisung und mit eindimensionalem Merkmalsvektor c seien folgende Wahrscheinlichkeitsdichten gegeben:

$$p(c, \omega_1) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{für } |c| \leq 1 \\ \frac{1 + \ln|c|}{6|c|^{|c|}} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$p(c, \omega_2) = \begin{cases} \frac{|c|}{(60 - 6 \ln(11))(1 + |c|)} & \text{für } |c| \leq 10 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie die a priori Wahrscheinlichkeiten $P(\omega_1)$ und $P(\omega_2)$.
- Bestimmen Sie anhand des Funktionsverlaufs von $p(c, \omega_1)$ und $p(c, \omega_2)$ die Klassifikationsfunktion $g(c)$ des Bayes- und des Maximum-Likelihood-Klassifikators. (Stellen Sie dazu die Funktionsverläufe graphisch dar.)

Aufgabe 7.3 (2 Punkte)

Zeigen Sie die Korrektheit der rekursiven Berechnung der Kovarianzmatrix

$$\hat{K}_l = \left(1 - \frac{1}{l}\right) \left[\hat{K}_{l-1} + \frac{1}{l} (\vec{c}_l - \hat{\mu}_{l-1})(\vec{c}_l - \hat{\mu}_{l-1})^T \right]$$

aus der Vorlesung.