Prof. Dr. Stefan Posch **Universität Halle**
Denis Williams **Institut für Informatik**

Übungen Neuronale Netze
Wintersemester 2001/02
Blatt 5

Aufgabe 5.1

$\hat{v}_1 \ldots \hat{v}_k \in R^L$ seien k normierte, paarweise verschiedene Eigenvektoren der $L \times L$ Korrelationsmatrix

$$C = \int \vec{x}\vec{x}^T P(\vec{x}) d\vec{x}.$$

Es sei

$$\tilde{x} = \sum_{i=1}^{k} (\hat{v}_i \cdot \vec{x}) \hat{v}_i$$

die KHL-Entwicklung von $\vec{x}$ bezüglich der gewählten k Basisvektoren $\hat{v}_1 \ldots \hat{v}_k$.

Zeigen Sie, daß für den Erwartungswert $E := < (\tilde{x} - \vec{x})^2 >$ des quadratischen Approximationsfehlers gilt:

$$E = \int (\tilde{x} - \vec{x})^2 P(\vec{x}) d\vec{x} = \sum_{i=k+1}^{L} \lambda_i.$$

Hinweis: Benutzen Sie die Beziehung

$$\vec{x} = \sum_{i=1}^{L} (\hat{v}_i \cdot \vec{x}) \hat{v}_i$$

Aufgabe 5.2

a) Zeigen Sie, daß die gemittelte Hebb-Regel

$$\Delta \vec{w} = \epsilon < f(\vec{x} \cdot \vec{w}) \vec{x} >$$

im Grenzfall $\epsilon \ll 1$ zum Gradientenabstieg für das Amari'sche Lernpotential

$$E(\vec{w}) = - < \int_0^{\vec{x} \cdot \vec{w}} f(s) ds >$$

führt.

b) Berechnen Sie $E(\vec{w})$ für den Spezialfall $f(s) = s$ (lineares Hebb - Neuron).

Für welche Richtungen von $\vec{w}$ ($||\vec{w}|| = 1$) wird $E(\vec{w})$ minimal? Diskutieren Sie das Ergebnis!