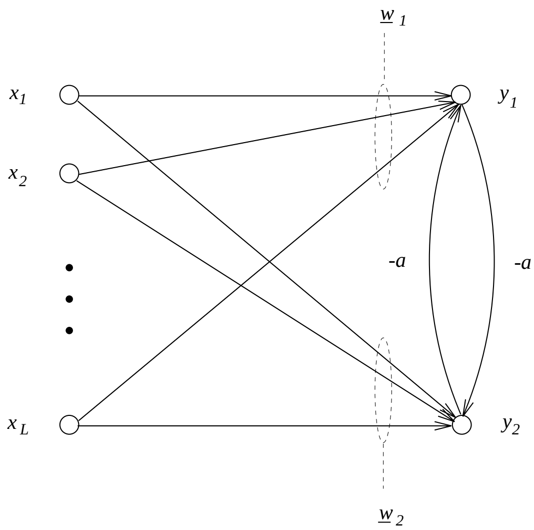
Prof. Dr. Stefan Posch **Universität Halle**
Denis Williams **Institut für Informatik**

Übungen Neuronale Netze
Wintersemester 2001/02
Blatt 6

Aufgabe 6.1

Betrachten Sie zwei Neuronen, die mit adaptiven Gewichten $\vec{w}_1, \vec{w}_2$ an dasselbe Eingabemuster $\vec{x}$ "angeschlossen" sind:



Zusätzlich zu den Verbindungen $\vec{w}_1$ bzw. $\vec{w}_2$ seien die beiden Neuronen noch wechselseitig über zwei hemmende (und feste) Verbindungen der Stärke $-\alpha$ verbunden (wobei $\alpha > 0, \alpha \ll 1$). Unter der Annahme einer linearen Aktivierungsfunktion gilt dann für die Neuronenaktivierungen $y_1(\vec{x}), y_2(\vec{x})$ auf eine Eingabe $\vec{x}$:

$$y_1(\vec{x}) = \vec{w}_1 \cdot \vec{x} - \alpha y_2(\vec{x}), \tag{1}$$

$$y_2(\vec{x}) = \vec{w}_2 \cdot \vec{x} - \alpha y_1(\vec{x}). \tag{2}$$

(a) Zeigen Sie, daß aus (1) und (2) folgt

$$y_i(\vec{x}) = \sum_{j=1}^{2} M_{ij} \vec{w}_j \cdot \vec{x} \qquad (i = 1, 2)$$

und berechnen Sie die Koeffizienten M_{ij}.

(b) Gehen Sie nun von der Hebb-Regel

$$\Delta \vec{w}_i = \epsilon \vec{x} y_i(\vec{x})$$

aus, und zeigen Sie, daß unter der Voraussetzung $\epsilon \ll 1$ und der Annahme, daß die Entwicklung der $\vec{w}_i(t)$ durch die "gemittelten Gleichungen"

$$\Delta \vec{w}_i \approx \epsilon \sum_j M_{ij} < \vec{x} \vec{x}^T > \vec{w}_j$$

beschrieben werden darf, folgt, daß

$$\begin{pmatrix} \vec{w}_1(t) \\ \vec{w}_2(t) \end{pmatrix} = \exp(Dt) \begin{pmatrix} \vec{w}_1(0) \\ \vec{w}_2(0) \end{pmatrix}$$

gilt, wobei

$$D = \text{const.} \cdot \begin{pmatrix} < \vec{x}\vec{x}^T > & -\alpha < \vec{x}\vec{x}^T > \\ -\alpha < \vec{x}\vec{x}^T > & < \vec{x}\vec{x}^T > \end{pmatrix}$$

eine Matrix im 2 L - dimensionalen Raum der Variablen $(w_{1,1}, \ldots, w_{1,L}, w_{2,1}, \ldots, w_{2,L})^T$ und $< \vec{x}\vec{x}^T >$ die Korrelationsmatrix der Eingabemuster ist.

Aufgabe 6.2

Bestimmen Sie für das Linsker-Modell die Parameter μ und λ explizit in Abhängigkeit von w_0, b, c, d und $\bar{X}$.

Geben Sie eine Interpretation für die Parameter an.