Prof. Dr. Stefan Posch **Universität Halle**
Denis Williams **Institut für Informatik**

Übungen Neuronale Netze
Wintersemester 2001/02
Blatt 8

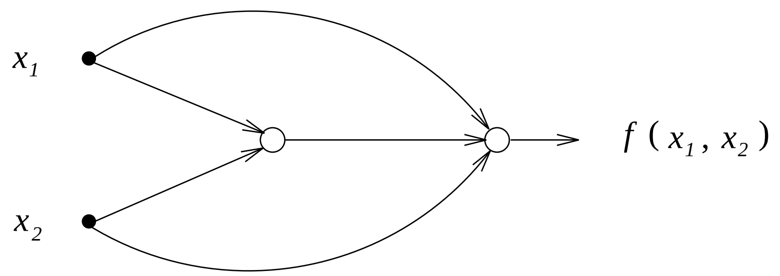
Aufgabe 8.1

Das XOR-Problem kann durch ein Multilagen-Perzeptron mit einer inneren Schicht (ohne direkte Verbindungen zwischen Eingabe- und Ausgabeschicht) und Schwellwertneuronen gelöst werden.

Wieviele Neuronen in der inneren Schicht sind dazu notwendig? Wieviele Lösungen gibt es, wenn nur die minimal notwendige Anzahl von inneren Neuronen verwendet wird? Geben Sie jeweils Gewichte und Biases an! Welche dieser Lösungen ist die Beste?

Aufgabe 8.2

Betrachten Sie nun folgendes MLP

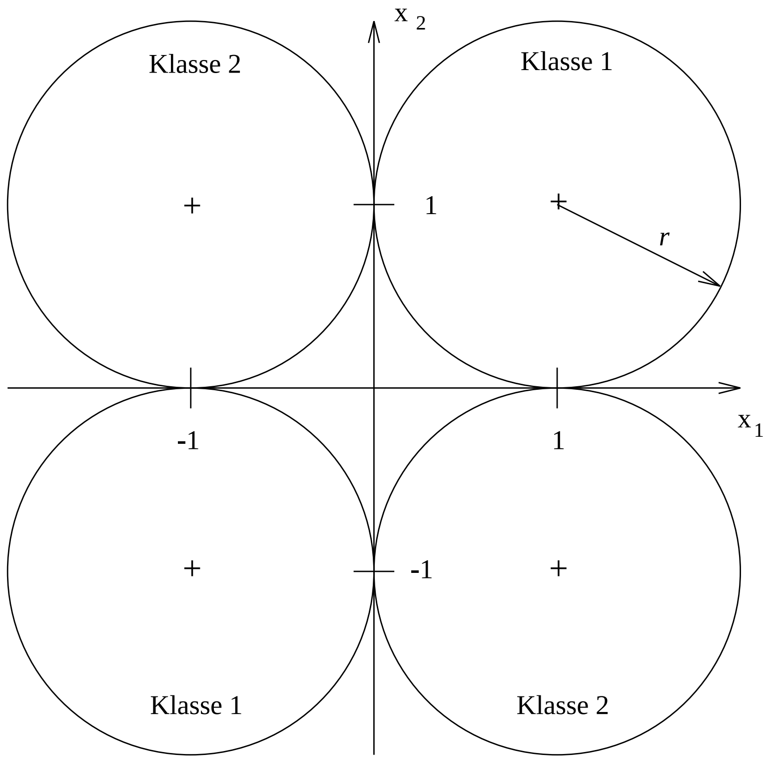


(a) Bestimmen Sie explizit die Backprop-Lernregel für diesen Spezialfall.

(b) Mit welchen Gewichten löst dieses MLP das XOR-Problem. (Bestimmen Sie diese durch Überlegen und/oder Implementieren der Lernregel.)

Aufgabe 8.3

Betrachten Sie das in der folgenden Abbildung dargestellte Klassifikationsproblem für einen zweidimensionalen Vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^2$. Die Mittelpunkte der Kreis seinen fest, der Radius r variabel. Die klassenbedingten Dichten seien innerhalb der Kreisflächen gleicherverteilt, die zwei Klassen habe dieselbe a priori Wahrscheinlichkeit (von je 0.5).



(a) Vergleichen Sie die Klassifikationsaufgabe mit dem "XOR"-Problem! Wo bestehen Analogien, wo liegen Unterschiede? Welche Aufgabe ist die leichtere und warum?

(b) Wie sieht der optimale Klassifikator, der die Fehlerrate minimiert, aus, wenn alle Kreisradien (i) den Wert $r = 1$, (ii) den Wert $r = \sqrt{2}$ haben? Welcher Klassifikationsfehler ergibt sich jeweils?

(c) Zeigen Sie, dass sich dieser optimale Klassifikator (in beiden Fällen (i) und (ii)) durch ein Multilagen-Perzeptron mit drei Schichten (d.h. zwei inneren Schichten) und der Schwellwertfunktion als Aktivierungsfunktion für alle Knoten realisieren läßt. Geben Sie eine geeignete Netzarchitektur und Werte der erforderlichen Gewichtsparameter eines solchen Perzeptrons an!

(d) Wie nahe können Sie dem optimalen Klassifikator kommen, wenn Sie nur zwei Schichten und zwei Knoten in der inneren Schicht zulassen (Aktivierungsfunktion sei wieder die Schwellwertfunktion) ?