Übung 3 Neuronale Netze WS06-07

Prof. Dr. S. Posch
Dipl.BioInform. Andrè Gohr(@informatik.uni-halle.de)

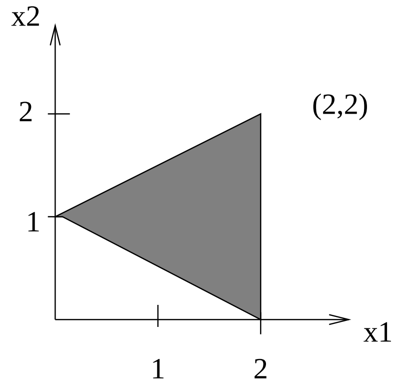
Institut für Informatik
Universität Halle

Abgabe: 2./3.11. in der Übung

Aufgabe 3.1 (6 Punkte)
Drei Schwellwertneuronen erhalten einen identischen zweidimensionalen Eingabevektor $\vec{x} = (x_1, x_2)$. Die Ausgabe der Neurone ist gegeben durch $y_i = \Theta((1, x_1, x_2) \cdot \vec{w}_i)$

(a) Bestimmen Sie geeignete Gewichtsvektoren $\vec{w}_i$ mit $w_{i,0}$ Schwellwert (bias) des i-ten Neurons, so dass genau für Eingabevektoren $\vec{x}$ innerhalb des grauen Dreiecks alle drei Neuronen aktiv sind, für alle anderen Eingaben mindestens ein Neuron inaktiv ist.

(b) Fügen Sie ein weiteres Schwellwertneuron hinzu, dessen drei Eingabewerte die Aktivitäten y_i $(i = 1, 2, 3)$ sind. Wie muss dessen Gewichtsvektor gewählt werden, damit es genau dann reagiert, wenn der Eingabevektor $\vec{x}$ innerhalb des grauen Dreiecks liegt?



Aufgabe 3.2 (4 Punkte)
Betrachten Sie die Wirkung der linearen Sobelfilter mit Filtermasken

$$w^1_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \qquad w^2_{ij} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

auf einen "linearen Graukeil" mit konstantem Intensitätsgradienten $\vec{a} = (a_1, a_2)$, d.h.

$$I(i,j) = c + a_1 i + a_2 j$$

$$f^{1,2}(i,j) := \sum_{k,l=0}^{2} I(i+k, j+l) w^{1,2}_{k.l}$$

(i, j seien Pixelnummern entlang der x- bzw. y-Achse).
Zeigen Sie, daß folgende Gleichheit gilt

$$\begin{pmatrix} f^1(i,j) \\ f^2(i,j) \end{pmatrix} = 8 \cdot \vec{a}$$

Wozu könnte dieser Zusammenhang nützlich sein?

Aufgabe 3.3 (5 Punkte)
Durch eine Sägevorrichtung laufen Platten aus zwei unterschiedlichen Materialien: Material 1 ergibt ein lautes Sägegeräusch von gut definiertem Pegel. Material 2 erzeugt ein leises Sägegeräusch, jedoch sind die Pegelschwankungen größer als bei Material 1. Für die Unterscheidung der beiden Materialien soll ein Geräuschsensor eingesetzt werden, dessen Ausgangssignal zur Lautstärke des Sägegeräusches proportional ist. Die Verteilungen der Lautstärken für Material 1 und 2 seien statistisch durch zwei Wahrscheinlichkeitsdichten

$$P_i(x) = \begin{cases} \frac{1}{a_i} - \frac{|x-\mu_i|}{a_i^2} & \text{für} \quad |x - \mu_i| \le a_i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$(i = 1, 2)$ gegeben (siehe Abbildung).

Material 1 komme doppelt so häufig vor wie Material 2, und es sei $a_1 = 0.2,\ \mu_1 > \mu_2,\ \mu_2 = 2,\ a_2 = 1.$
Betrachten Sie die Klassifikation mittels einer Schwellwertfunktion

$$y = \Theta(x - w_0)$$

und diskutieren Sie die Fehlerrate, d.h. die Wahrscheinlichkeit einer Fehlklassifikation, in Abhängigkeit der Parameter μ_1 und w_0.