Übung 6 Neuronale Netze WS06-07

Prof. Dr. S. Posch
Dipl.BioInform. Andrè Gohr(@informatik.uni-halle.de)

Institut für Informatik
Universität Halle

Abgabe: 23./24.11. in der Übung

Aufgabe 6.1 (6 Punkte)
$v_1 \dots v_k \in R^L$ seien k **normierte**, paarweise verschiedene Eigenvektoren zugehörig zu den k Eigenwerten $\lambda_1 \dots \lambda_k$ der $L \times L$ Korrelationsmatrix

$$C = \int \vec{x}\vec{x}^T P(\vec{x}) d\vec{x}.$$

Insgesamt habe C L Eigenwerte $\lambda_1 \dots \lambda_L$. Es sei

$$\tilde{x} = \sum_{i=1}^{k} (v_i \cdot \vec{x}) v_i$$

die Hauptkomponenten-Entwicklung von $\vec{x}$ bezüglich der gewählten k Basisvektoren $v_1 \dots v_k$.
Zeigen Sie, daß für den Erwartungswert $E := < (\tilde{x} - \vec{x})^2 >$ des quadratischen Approximationsfehlers gilt:

$$E = \int (\tilde{x} - \vec{x})^2 P(\vec{x}) d\vec{x} = \sum_{i=k+1}^{L} \lambda_i.$$

Hinweis: Überlegen Sie sich (geometrisch) zuerst, wie $\tilde{x}$ aus $\vec{x}$ hervor geht (z.B. an Hand des 2-dim Beispiels aus Aufgabe 5.1). Überlegen Sie dann, wie $\vec{x}$ als Ergebnis einer Hauptkomponenten-Entwicklung aus $\vec{x}$ dargestellt werden kann.

Nehmen Sie diese Überlegungen mit in Ihren ausführlich dargestellten Lösungsweg auf!

Aufgabe 6.2 (6 Punkte)
a) Zeigen Sie, daß die Anwendung der gemittelte Hebb-Regel

$$\Delta\vec{w} = \epsilon < f(\vec{x} \cdot \vec{w})\vec{x} >$$

zum Gradientenabstieg für das Amari'sche Lernpotential

$$A(\vec{w}) = - < \int_0^{\vec{x}\cdot\vec{w}} f(s) ds >$$

führt.
b) Berechnen Sie $A(\vec{w})$ für den Spezialfall $f(s) = s$ (lineares Hebb - Neuron).
Für welche Richtungen von $\vec{w}$ ($||\vec{w}|| = 1$) wird $A(\vec{w})$ minimal? Diskutieren Sie das Ergebnis!

Geben Sie den Lösungsweg zusammen mit Ihren Überlegungen ausführlich an!