



Abgabe: 30./1.11./12. in der Übung

Aufgabe 7.1 (4 Punkte)

Betrachte werden im Folgenden Datenpunkte (3-dim Vektoren) die entsprechend der 3-dimensionalen Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsdichte

$$P(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{15(2\pi)^{3/2}} e^{-\frac{x_1^2}{2} - \frac{x_2^2}{18} - \frac{x_3^2}{50}}$$

verteilt sind.

Berechnen Sie unter Zuhilfenahme des Resultats aus Aufgabe 6.1 den Erwartungswert E des quadratischen Approximationsfehler, wenn nur die einem linearen Hebb-Neuron entsprechende Hauptkomponente der Hauptkomponenten-Entwicklung betrachtet wird. (die Datenpunkte werden aus \mathbf{R}^3 auf \mathbf{R}^1 projiziert). Das bedeutet $k=1$, $L=3$ entsprechend der Aufgabe 6.1.

Aufgabe 7.2 (9 Punkte)

Auf der Website zur Übung finden Sie den Datensatz `3d_data.dat`. Dieser enthält 1000 3-dim Vektoren (x_1, x_2, x_3) (zeilenweise) einer unbekanntenen Verteilung.

Führen Sie eine PCA nach Sanger's Methode durch unter zwei verschiedenen Vorgehensweisen:

- (a) die Gewichtsvektoren der einzelnen Neurone werden sequentiell gelernt
- (b) die Gewichtsvektoren der einzelnen Neurone werden gleichzeitig gelernt

Deuten Sie die Ergebnisse!

Visualisieren Sie den gegebenen Datensatz z.B. unter Zuhilfenahme von `gnuplot`'s Funktion `splot`. Achten Sie darauf, dass die Achsen ausreichend beschriftet sind. Achten Sie ebenfalls darauf, die dargestellten Bereiche der Achsendimensionen nicht zu unterschiedlich zu wählen. Zeichnen Sie die gelernten Gewichtsvektoren mit ein (eventuell je eine Visualisierung für a und b). Dazu könnte man `set arrow` verwenden.

Berechnen Sie für eine der beiden durchgeführten PCAs die empirischen, quadratischen Approximationsfehler, die sich ergeben, wenn alle gegebenen Datenpunkte auf die eine(zwei) Hauptachse(n) mit größtem Eigenwert projiziert werden. Geben Sie das Orthonormalsystem an, welches Sie für die Berechnung herangezogen haben!

Lassen Sie auch Ihre gut kommentierten Source-Codes dem Übungsleiter per email zukommen.

Aufgabe 7.3 (2 Punkte)

Bestimmen Sie für das Linsker-Modell die Parameter α und β explizit in Abhängigkeit von b, c, d und \bar{X} .